



# La consultation sur les nouveaux programmes de l'école primaire

## Cycle des approfondissements Mathématiques - Document d'application

Projet proposé par le groupe d'experts

### Introduction : l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire

#### Les principaux enjeux de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire

Les connaissances et les savoir-faire développés à l'école élémentaire doivent préparer les élèves à bénéficier au mieux de l'enseignement donné au collège, en mathématiques et dans d'autres disciplines, notamment scientifiques. Cet impératif concerne aussi bien les compétences que doivent acquérir les élèves que leur capacité à les mobiliser pour résoudre des problèmes ou que leur aptitude à abstraire, à raisonner ou encore à travailler de façon autonome, à s'organiser, à exprimer un résultat ou une démarche. Sans anticiper sur les compétences développées au collège, il s'agit de construire les bases de leur acquisition. Les commentaires qui accompagnent en particulier les contenus et les compétences travaillés au cycle 3 apportent, chaque fois que c'est nécessaire, un éclairage dans cette direction. Pour les différents domaines, on se reportera utilement à la note de service n° 96-279, relative à l'articulation école-collège en mathématiques (BO n° 44 du 5/12/96).

L'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire doit être pensé en prenant en compte plusieurs catégories d'objectifs.

1) Cet enseignement, complété par celui donné ensuite au collège, doit contribuer à **la formation du futur citoyen et à son insertion dans la vie sociale**. Les mathématiques fournissent des outils pour agir, pour choisir, pour

décider dans la " vie courante ". Comme moyen d'expression, avec leur langage propre (schémas, graphiques, figures, symboles, ...), elles complètent et enrichissent d'autres modes de communication. Les résultats qu'elles fournissent, les données qu'elles permettent de représenter doivent faire l'objet d'un examen critique : que l'on songe, par exemple, à l'information apportée par un graphique selon l'échelle qui a été choisie ou à la signification d'une même moyenne pour des ensembles de données réparties de manières très diverses.

2) Le travail fait en mathématiques dès l'école élémentaire comporte également **une dimension culturelle**. Faire des mathématiques, penser des objets " abstraits " comme les nombres, les figures, débattre du " vrai " et du " faux " en utilisant des connaissances partagées qui permettent de dépasser l'argument d'autorité, c'est commencer à s'appropriier des éléments de la culture scientifique. Cette culture se caractérise certes par des connaissances, mais elle s'exerce principalement à travers les activités de résolution de problèmes et les débats auxquels peuvent donner lieu les solutions élaborées par les élèves. A certains moments, la classe s'apparente ainsi à une petite " communauté mathématique " qui cherche, échange, argumente, prouve. La mise en perspective historique de certaines connaissances (numération de position comparée à d'autres systèmes, apparition des nombres décimaux, du système métrique, évolution des moyens de calcul, ...) contribue également à enrichir cette dimension culturelle.

3) Si elles sont un outil pour agir au quotidien, les mathématiques doivent également offrir les ressources utiles à d'autres disciplines qui, en retour, leur

apportent un questionnement et leur permettent de progresser. Ainsi, **l'articulation avec d'autres domaines de savoirs** doit être pensée, dès l'école élémentaire, dans un double mouvement. Donnons-en quelques exemples. Le travail fait en histoire sur une frise du temps peut être une occasion d'utiliser et d'enrichir des acquis antérieurs sur le placement de nombres sur une ligne graduée. A l'inverse, les questions posées à l'occasion de l'étalonnage d'un verre doseur cylindrique peuvent être le point de départ d'un travail sur la proportionnalité entre masse et hauteur de liquide (sans omettre d'évoquer les imprécisions dues aux instruments de mesure et à leur utilisation). La notion d'échelle peut être précisée à l'occasion de l'étude de cartes en géographie. L'analyse d'œuvres artistiques en vue de réaliser des projets sur les mêmes principes peut conduire à en mettre en évidence des structures géométriques. Le projet de réalisation d'une maquette d'un objet met en œuvre des connaissances en géométrie, dans le domaine de la mesure ou dans celui de la proportionnalité et nécessite d'organiser les calculs à effectuer. De nombreuses activités proposées à l'école élémentaire offrent ainsi l'occasion d'une véritable approche pluridisciplinaire qu'il s'agit d'exploiter sans dénaturer le sens de ces activités par une manipulation artificielle de concepts.

4) Enfin, l'enseignement des mathématiques, comme celui d'autres domaines de savoirs, concourt à **la formation générale** de l'élève. Comme dans le domaine scientifique et technologique, la confrontation à de véritables situations de recherche (à la mesure des élèves) pour lesquelles différents types de démarches sont possibles contribue au développement de l'initiative, de l'imagination et de l'autonomie. La nécessité d'exprimer ses résultats et ses démarches, de les communiquer aux autres élèves participe au développement des capacités à s'exprimer oralement et par écrit. La confrontation des résultats et des démarches dans des moments de débat permet de développer les capacités à argumenter, à considérer d'autres points de vue et donc contribue au développement de la socialisation, par l'écoute et le respect de l'autre. Les mathématiques offrent un cadre privilégié pour le débat dans la mesure où la détermination du vrai et du faux y est plus facilement indépendante des préjugés et des idéologies. Ces situations d'argumentation offrent une première occasion de sensibiliser les élèves à la question du statut particulier de la preuve en mathématiques. Si dans certains cas, celle-ci relève d'une expérience, dans d'autres cas elle s'appuie sur des connaissances mathématiques : ainsi, au cycle 3, les élèves peuvent être convaincus que 2,7 est plus grand que 2,13 parce que dans 2,7 il y a 70 centièmes (sous la forme 7 dixièmes) alors qu'il n'y a que 13 centièmes dans 2,13.

Dans un autre registre, le tracé de figures, la réalisation de solides sont des occasions de développer l'attention, le soin et l'habileté manuelle.

---

## La question du calcul aujourd'hui

La diffusion généralisée d'outils de calcul instrumenté (et notamment des calculatrices de poche) amène à repenser les objectifs généraux de l'enseignement du calcul.

1) L'objectif prioritaire reste, bien entendu, que **les connaissances numériques des élèves soient opératoires**, c'est-à-dire au service des situations qu'elles permettent de traiter, que ces situations soient issues de l'environnement social ou qu'elles soient rencontrées dans d'autres domaines disciplinaires étudiés à l'école.

2) **Trois moyens de calcul** sont aujourd'hui à la disposition des individus : le **calcul mental**, le **calcul instrumenté** (utilisation d'une calculatrice, d'un ordinateur) et le **calcul posé** (usuellement désigné par le terme de " techniques opératoires "). Dans la vie courante, comme dans la vie professionnelle, le calcul instrumenté a remplacé le calcul posé. La question de la place à accorder aux différents moyens de calculer doit donc être précisée.

**Le calcul mental** (automatisé ou réfléchi) doit occuper la place principale à l'école élémentaire et faire l'objet d'une pratique régulière, dès le cycle 2. Une bonne maîtrise de celui-ci est indispensable pour les besoins de la vie quotidienne (que ce soit pour obtenir un résultat exact ou pour en évaluer un ordre de grandeur). Elle est indispensable également à une bonne compréhension de notions mathématiques (traitements relatifs à la proportionnalité, compréhension du calcul sur les nombres relatifs ou sur les fractions au collège, ...). Et surtout, la pratique régulière du calcul mental réfléchi permet de familiariser les élèves avec les nombres et d'approcher (en situation) certaines propriétés des opérations (cf. les différentes méthodes utilisables pour calculer  $37 + 18$  ou  $25 \times 16$ ). Dans ce domaine particulièrement, il convient de distinguer **ce qu'il faut mémoriser ou automatiser** (les tables, quelques doubles et moitiés, le calcul sur les dizaines et les centaines entières, les compléments à la dizaine supérieure, ...) et **ce qu'il faut être capable de reconstruire** (et qui relève du calcul réfléchi : idée de rendre plus simple un calcul, souvent en procédant par étapes plus nombreuses, mais en s'appuyant sur ce qui est connu). L'exploitation des diverses procédures mises en œuvre par les élèves pour un même calcul permet de mettre l'accent sur les raisonnements mobilisés et sur les propriétés des nombres et des opérations utilisées " en acte " (certains parlent d'ailleurs à ce sujet de *calcul raisonné*).

Au-delà de son emploi dans le cadre de la résolution de problèmes, la pratique du **calcul instrumenté** (utilisation d'une calculatrice ou initiation à l'usage d'un tableur) doit donner lieu à des activités spécifiques. L'utilisation de machines nécessite en effet fréquemment une organisation préalable des calculs à

effectuer puis des résultats obtenus, et un contrôle (par un calcul approché) de ceux-ci. De même il est utile d'étudier certaines fonctionnalités des calculatrices : la touche  $\boxed{:}$  en relation avec l'opération division, les touches "mémoire" en relation avec le calcul d'une expression comportant des parenthèses, ... Ses possibilités et ses limites peuvent ainsi être mises en évidence. Dès le cycle 2, il convient de prévoir la mise à disposition de calculatrices pour les élèves, dans l'optique d'un usage raisonné des trois moyens de calcul évoqués.

Le travail sur les **techniques usuelles** (calcul posé) doit faire l'objet d'un recentrage. Pour l'addition, la soustraction et la multiplication, leur usage dans des cas simples (résultat à deux ou trois chiffres) doit être assuré. Cependant une part essentielle de l'activité doit résider dans la recherche de la compréhension et de la justification des techniques utilisées, ce qui conduit à retarder un peu leur mise en place (par rapport à ce qui est fait habituellement) : à fin du cycle 2 pour la technique de l'addition et au cycle 3 pour celles de la soustraction et de la multiplication. Pour la division, on se limitera à des calculs posés simples à la fin du cycle 3 (du type 432 divisé par 7 ou 432 divisé par 35), calculés en gardant la trace des soustractions effectuées et en ayant la possibilité de poser des produits annexes. Il est essentiel que, bien avant que les techniques écrites usuelles ne soient mises en place, les élèves soient invités à produire des résultats en élaborant et en utilisant des **procédures personnelles**, non standard.

---

## Une place centrale pour la résolution de problèmes

La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens. Dès les premiers apprentissages, les mathématiques doivent être perçues, et donc vécues comme fournissant des moyens, des outils pour anticiper, prévoir et décider. Faire des mathématiques, c'est élaborer de tels outils qui permettent de résoudre de véritables problèmes, puis chercher à mieux connaître les outils élaborés et s'entraîner à leur utilisation pour les rendre opératoires dans de nouveaux problèmes. Ces outils évolueront au collège et d'autres seront nécessaires pour traiter des problèmes de plus en plus complexes.

**1) La plupart des notions enseignées à l'école élémentaire (dans les domaines numériques, géométriques ou dans celui de la mesure) peuvent, à l'aide d'activités bien choisies, être construites par les élèves** comme outils pertinents pour résoudre des problèmes, avant d'être étudiées pour elles-mêmes et réinvesties dans d'autres situations. Les problèmes proposés doivent alors permettre aux élèves de prendre conscience des limites ou de l'insuffisance des

connaissances dont ils disposent déjà et d'en élaborer de nouvelles dont le sens sera ensuite progressivement enrichi. Ainsi, un problème de partage peut être résolu dès la grande section d'école maternelle en s'appuyant uniquement sur des compétences relatives au dénombrement. Au cycle 2, les élèves peuvent résoudre ce même problème (posé avec des nombres plus grands) à l'aide de l'addition ou de la soustraction itérée ou de leurs premières connaissances sur la multiplication. Au cycle 3, en partant des procédures élaborées précédemment, en les organisant et en cherchant comment réduire le nombre d'étapes, ils élaboreront des techniques de calcul pour une nouvelle opération (la division) qu'ils reconnaîtront alors comme pertinente pour résoudre tous ces types de problèmes. Le sens de la notion se construit ainsi progressivement, dans la durée.

**2) Certains problèmes sont destinés à permettre l'utilisation "directe" des connaissances acquises.** D'autres peuvent nécessiter **la mobilisation de plusieurs connaissances mathématiques** (problèmes complexes) : situations proches de la vie de l'élève, effectivement vécues par la classe, ou en relation avec d'autres domaines de savoirs. Ils peuvent être présentés sous forme écrite (énoncés écrits, mais aussi tableaux, schémas ou graphiques), fournis oralement ou encore s'appuyer sur des situations authentiques et nécessiter que l'élève :

- recherche des informations sur différents supports ;
- reconnaisse, identifie et interprète les données pertinentes ;
- détermine, au cours de la résolution, de nouvelles questions en prenant conscience que les données ne sont pas toujours fournies dans l'ordre de leur traitement.

**3) Dès l'école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à de véritables problèmes de recherche**, pour lesquels ils ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles. C'est alors l'activité même de résolution de problème qui est privilégiée dans le but de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter. Ces situations peuvent enrichir leur représentation des mathématiques, développer leur désir de chercher, leurs capacités de résolution et la confiance qu'ils peuvent avoir dans leurs propres moyens.

**4) Dans ces activités, l'enseignant doit créer les conditions d'une réelle activité intellectuelle des élèves.** Lors de la résolution d'un problème, les élèves ne doivent pas se lancer trop vite dans un calcul avec les nombres de l'énoncé, ou appliquer ce qui vient d'être étudié en classe, sans s'interroger sur la pertinence des connaissances utilisées et sur la plausibilité du résultat. Ils doivent être mis en situation de prendre en charge les différentes tâches associées à la résolution d'un problème :

- faire des hypothèses, les tester ;
- élaborer une démarche pertinente afin de produire une solution personnelle ;
- vérifier par eux-mêmes les résultats obtenus ;
- formuler une réponse dans les termes du problème ;
- expliquer leurs méthodes, les mettre en débat, argumenter.

5) Des problèmes relevant des différentes catégories évoquées ci-dessus peuvent être traités très tôt par les élèves. Selon le moment où ils sont proposés, selon les connaissances disponibles chez les élèves, ils seront résolus par des “ **solutions personnelles** ” (comme le problème de partage, évoqué ci-dessus, résolu en Grande Section d'école maternelle par recours au dessin et au dénombrement, puis, à la fin du cycle 2 par l'utilisation de soustractions successives ou d'essais multiplicatifs) ou par une “ **solution experte** ” (ce même problème sera résolu, à la fin du cycle 3, en utilisant la division). La possibilité offerte aux élèves d'élaborer de telles “ solutions personnelles ” originales constitue à la fois une avancée dans le développement de l'autonomie de l'élève et un moyen de différenciation pour l'enseignant. En s'appuyant sur le programme et en tenant compte des possibilités de ses élèves, l'enseignant déterminera le moment où, pour une catégorie de problèmes, la “ solution experte ” peut faire l'objet d'un enseignement organisé.

---

## Parler, lire et écrire en mathématiques

Dans le cadre de l'apprentissage des mathématiques, les élèves sont amenés à utiliser la langue usuelle et à mettre en place des éléments du langage mathématique (vocabulaire, symboles, schémas, graphiques, ...). L'un des objectifs de l'enseignement des mathématiques est aussi, au côté des autres disciplines, de contribuer au développement des compétences dans le domaine de la langue orale et écrite, tout en travaillant les spécificités du langage mathématique et de sa syntaxe parfois particulière.

A l'école élémentaire, essentiellement à partir du cycle 2, les élèves sont fréquemment sollicités pour travailler sur des tâches qui leur sont communiquées par écrit. Il faut veiller à ce que **les difficultés de lecture ne viennent pas gêner les progrès en mathématiques dont sont capables les élèves**. Le travail mathématique commence au moment où l'élève a compris la situation évoquée et la question posée et où il peut donc s'interroger sur la démarche à mettre en œuvre pour y répondre. L'excès de travail sur fiches doit être évité, en particulier avec les jeunes élèves (cycles 1 et 2).

### 1. Parler en mathématiques

Les problèmes ne doivent pas être assimilés à des énoncés écrits et on

veillera à varier la façon dont ils sont proposés aux élèves :

- la question peut être posée oralement à partir d'une situation matériellement présentée aux élèves, ce qui présente l'avantage de permettre ensuite une vérification expérimentale de la réponse élaborée ;
- la situation support peut être décrite oralement, accompagnée de quelques éléments importants écrits au tableau ;
- si la situation est proposée sous forme d'un énoncé écrit, on peut demander aux élèves de la reformuler ou de l'explicitier oralement pour en faciliter la compréhension.

Au cycle 2, en particulier, les problèmes seront présentées aux élèves sous forme orale, le plus souvent en appui sur une situation matérialisée. La même remarque peut être faite, quelque soit le cycle, pour les élèves dont le français n'est pas la langue maternelle et que le recours trop fréquent à des supports écrits risque d'exclure des activités mathématiques.

Il faut souligner, dans un autre registre, que l'oral et l'écrit ne mettent pas toujours en valeur la même information. Ainsi, en calcul mental, le calcul  $45 + 25$  posé par écrit peut inciter à traiter d'abord les unités (en référence à l'opération posée) alors que, formulé oralement, il conduit plus volontiers à commencer par additionner “ quarante et vingt ”. Le calcul mental s'appuie ainsi très souvent sur une désignation orale des nombres.

Les moments de mise en commun, d'explicitation des démarches et des résultats, d'échange d'arguments à propos de leur validité, se déroulent essentiellement de manière orale. On veillera, dans ces moments, à maintenir un équilibre entre les formulations spontanées utilisées par les élèves et la volonté de mettre en place un langage plus élaboré. Cette volonté ne doit pas freiner l'expression des élèves. Les moments de reformulation et de synthèse seront davantage utilisés pour mettre en place un vocabulaire et une syntaxe corrects.

L'enseignement des mathématiques donne lieu, dès l'école élémentaire, à la mise en place d'un vocabulaire précis. **Les interférences entre “ mots courants ” et “ mots mathématiques ” peuvent être source de confusions auxquelles l'enseignant se doit d'être attentif**. Ainsi le mot “ droit ” s'oppose-t-il souvent à l'idée de “ penché ” dans le langage courant (se tenir droit), alors qu'il évoque celle d'alignement pour un “ trait droit ” (qui peut être penché) ou à une certaine “ ouverture ” lorsqu'on parle “ d'angle droit ”. Des moments pourront être utilement consacrés à mettre en évidence, avec les élèves, ces différences de signification d'un même terme.

De plus, la mise en place d'un vocabulaire précis (somme, produit, rectangle,...) ne remplace pas la construction du concept. Ce vocabulaire ne peut intervenir que lorsque le concept est déjà en construction et a été utilisé implicitement par les élèves.

## 2. Lire en mathématiques

La spécificité des textes utilisés en mathématiques (énoncés de problèmes, descriptions de figures géométriques, ...) nécessite un travail particulier relatif à leur lecture : recherche des indices pertinents, allers-retours fréquents entre l'énoncé et la question, décodage de formulations particulières, ... Par exemple, la lecture d'une consigne comme " *Trace la droite perpendiculaire à la droite D qui passe par le point A* " nécessite de comprendre que c'est la perpendiculaire demandée qui doit passer par le point A et non la droite D. L'utilisation d'une consigne formulée à l'aide de deux phrases successives éviterait de telles confusions : " *Trace une droite qui passe par le point A. Cette droite doit être perpendiculaire à la droite D* ".

Rappelons qu'il est important que la prise d'informations se fasse sur des supports variés (textes, tableaux, graphiques, schémas).

## 3. Ecrire en mathématiques

Les élèves sont fréquemment placés en situation de production d'écrits. Il convient à cet égard de développer et de bien distinguer trois types d'écrits dont les fonctions sont différentes.

- **les écrits de type "recherche"** qui correspondent au travail "privé" de l'élève : il ne sont pas destinés à être communiqués, ils peuvent comporter des dessins, des schémas, des figures, des calculs. Ils sont un support pour essayer, se rendre compte d'une erreur, reprendre, rectifier, pour organiser sa recherche. Ils peuvent également être utilisés comme mémoire transitoire en cours de résolution du problème. Si l'enseignant est amené à les consulter pour étudier le cheminement de l'élève, il ne doit ni les critiquer, ni les corriger.
- **les écrits destinés à être communiqués et discutés** : ils peuvent prendre des formes diverses (affiche, transparent,...) et doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation, tout en sachant que, le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées.
- **les écrits de référence**, élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe, et donc destinés à être conservés.

Ce n'est que progressivement que ces trois types d'écrits seront bien distingués, notamment au cycle 3. L'exigence syntaxique ou graphique (soin, présentation, ...) varie également selon la finalité de la trace écrite, et ne doit pas faire obstacle à l'objectif principal qui reste l'activité de réflexion mathématique. On sera attentif en particulier à ne pas se limiter à des formes stéréotypées, sécurisantes, mais pour lesquelles l'exigence formelle prime trop souvent sur le contenu de l'explication.

L'attention doit également être attirée sur l'importance de la synthèse effectuée au terme d'un apprentissage. Celle-ci peut permettre d'élaborer un écrit trouvant sa place dans un "aide-mémoire" un "mémento" dans lequel sont consignés les savoirs essentiels.

---

## De l'école maternelle à l'école élémentaire

1) L'école maternelle donne l'occasion aux enfants de vivre leurs premières expériences dans le monde des nombres, d'organiser l'espace dans lequel ils vivent et de se familiariser avec certaines formes de cet espace. Mais l'action seule ne suffit pas : pour être source d'apprentissage, les activités proposées doivent donner lieu à **des questionnements** qui invitent l'enfant à choisir, décider, prévoir, essayer. Petit à petit, il prend conscience du pouvoir que lui donnent ses connaissances pour anticiper une action ou le résultat de celle-ci, la réalisation effective de l'action venant ensuite confirmer ou infirmer la pertinence de sa prévision. Dès l'école maternelle, la **résolution de problèmes** est donc au cœur de la première activité mathématique de chaque enfant. Ces problèmes doivent porter sur des situations réelles, vécues par l'enfant que ce soit au cours des activités quotidiennes, dans des jeux ou encore à l'occasion d'activités construites par l'enseignante ou par l'enseignant. Le travail sur fiche ne peut pas, particulièrement pour de jeunes enfants, se substituer aux questions posées sur des objets que l'enfant peut effectivement manipuler.

2) **Cette première familiarisation avec des « objets mathématiques » ne doit pas inciter à anticiper sur les apprentissages qui relèvent du cycle 2.** Résoudre des problèmes portant sur les quantités n'implique pas l'utilisation du formalisme mathématique (signes +, -, =, par exemple). Le tâtonnement progressivement organisé, le recours au dessin plus ou moins schématisé, l'utilisation de la comptine orale des nombres... sont autant de moyens pour l'élève de traiter les questions qui lui sont posées. Le langage ordinaire, éventuellement accompagné d'un dessin, suffit souvent pour exprimer la procédure utilisée et donner l'occasion d'un échange avec les autres enfants, avec l'aide de l'adulte.

3) Les élèves arrivent à l'école élémentaire avec des connaissances mathématiques qu'ils ont construites à l'école maternelle et dans leur environnement social. **Celles-ci doivent être prises en compte**, même si elles sont imparfaites et différentes d'un élève à l'autre. Le début du cycle 2 doit être consacré à repérer, organiser, stabiliser et enrichir ces connaissances. Rien ne justifie, par exemple, une étude des nombres un par un. Les premières situations

proposées doivent d'emblée se situer dans un domaine numérique relativement étendu.

---

## Enseignement des mathématiques et technologies de l'information et de la communication

1) Comme on l'a évoqué précédemment, les moyens modernes de calcul (**calculatrices et, dans une moindre mesure, tableurs**) doivent devenir d'usage courant pour les élèves. Outre l'allègement de la charge de travail qu'ils permettent pour traiter des données tirées de "vraies situations", ils offrent l'occasion d'une approche plus expérimentale des mathématiques. D'autres produits, comme les **logiciels de "géométrie dynamique"**, favorisent également, pour la géométrie, une telle approche et permettent de varier les points de vue sur un même concept.

2) Le **monde Internet** constitue une autre piste d'utilisation, en mathématiques comme dans d'autres disciplines, à travers la recherche de documentation (banque de problèmes, documents relatifs aux mathématiques ou à leur histoire, par exemple) ou les échanges entre classes (problèmes résolus en interaction, élaboration collective d'une documentation sur un thème donné, ...).

3) Des logiciels plus spécifiquement consacrés à l'**entraînement** de savoir-faire peuvent également être utilisés, sous le contrôle de l'enseignant. Ils permettent de varier les exercices proposés et favorisent un travail en autonomie, tout du moins pour ceux qui sont bien conçus, dans la mesure où ils signalent à l'élève les erreurs rencontrées et l'orientent vers d'autres exercices qui lui permettront de progresser. Dans ce domaine, il convient d'être particulièrement vigilant sur la pertinence et la qualité des produits utilisés.

4) Il faut enfin souligner, en marge de ces réflexions, le bénéfice qui peut être tiré de l'usage du **retroprojecteur** pour faire travailler tous les élèves sur un même support (document, production d'un élève ou d'un groupe d'élève, explication de l'utilisation de certains instruments, ...) ou pour favoriser, en géométrie, la perception d'une figure présentée dans plusieurs positions ou encore pour résoudre des problèmes de déplacement de surfaces (réalisation de puzzles, par exemple).

---

## Différentes formes de travail

La construction et l'appropriation des connaissances mathématiques nécessite des formes de travail variées, adaptées aux objectifs particuliers qui sont poursuivis, avec deux perspectives complémentaires :

- développer l'aptitude des élèves à effectuer un travail personnel ;
- développer leur capacité à travailler en équipe.

### 1. Organisation de la classe et types d'activités

Les séances d'enseignement comportent en général différentes phases, avec des modes d'organisation diversifiés.

Les phases de recherche sont souvent plus efficaces et plus riches si elles sont conduites en petits groupes ou en ateliers, facilitant la confrontation des idées entre pairs et favorisant l'intérêt de tous les élèves pour la tâche proposée.

La présentation de la tâche et son explicitation, les phases de mise en commun, de confrontation et de débat, tout comme les moments de synthèse nécessitent, aux cycles 2 et 3, un travail avec l'ensemble du groupe classe.

Les moments d'entraînement, de répétition, d'évaluation doivent nécessairement faire l'objet d'un travail individuel. Il en est de même pour certaines recherches ou pour des temps de rédaction de solutions qui doivent permettre à l'élève de se confronter, seul, à l'ensemble des tâches relatives à la résolution d'un problème.

### 2. Matériel et manipulations

Le travail mathématique est évidemment un travail de l'esprit. Mais celui-ci, en particulier à l'école élémentaire, s'exerce souvent à partir de questions posées sur des objets ou sur des expériences. Le matériel présent dans la classe doit donc être riche, varié et mis à disposition des élèves : cubes, jetons, bouliers, compteurs, instruments de géométrie et de mesure, jeux, ...

Il faut cependant se convaincre que ce n'est pas la manipulation elle-même qui constitue l'activité mathématique, mais les questions qu'elle suggère ou auxquelles elle donne lieu pour l'enseignant. Il convient ainsi de bien distinguer les tâches de constat, d'observation qui invitent l'élève à "lire" une réponse sur le matériel des tâches d'anticipation qui lui demandent d'élaborer, de construire par lui-même une réponse dont il pourra ensuite vérifier la validité en revenant à l'expérience. C'est dans ce dernier cas que l'élève "fait des mathématiques". Un exemple très simple permet de comprendre cette distinction. Au début du cycle 2, lorsque l'enseignant place sur la table 5 cubes rouges et 3 cubes bleus et demande aux élèves combien il y a de cubes sur la table, il provoque une activité de simple dénombrement suffisante pour donner la réponse. Lorsqu'il place successivement les 5 cubes rouges et les 3 cubes bleus dans une boîte opaque et, après avoir fermé la boîte, pose la même question aux élèves, il oblige l'élève à trouver un moyen pour construire la réponse. Le dénombrement effectif des cubes dans la boîte ne servira pas alors à "lire" la réponse, mais à vérifier si la réponse "construite" est correcte ou non. C'est dans ce type d'activité que les élèves

peuvent commencer à percevoir la puissance de leurs connaissances mathématiques, même si celles-ci sont encore modestes.

### 3. Compréhension et mémorisation

La plupart des connaissances se construisent sur la durée, avec des phases où elles sont élaborées et utilisées sans être encore explicitées, des phases où elles sont reconnues et nommées, des phases où elles sont entraînées dans le but d'être mémorisées et rapidement disponibles.

A condition de ne pas intervenir prématurément, de prendre appui sur une compréhension suffisante, la phase de mémorisation est essentielle pour que les élèves puissent avoir recours efficacement aux connaissances. Il en va ainsi, par exemple, pour :

- des résultats de calcul (notamment les tables) : la table d'addition doit ainsi être maîtrisée au début du cycle 3, c'est-à-dire disponible aussi bien pour donner une somme, une différence qu'un complément, et la table de multiplication maîtrisée au cycle 3, c'est-à-dire disponible aussi bien pour donner un produit, déterminer le rapport entre deux nombres ou décomposer un nombre sous forme de produits ; ces compétences sont absolument indispensables pour la scolarité au collège ;
- des techniques de calcul posé, avec des nombres " simples " ;
- des procédures de résolution " expertes " de certains problèmes ;
- les relations entre unités usuelles du système métrique pour les longueurs et les masses.

### 4. Diversité des élèves et formes de travail

La nécessité de prendre en compte la diversité des élèves s'impose aujourd'hui avec davantage d'acuité. Elle implique deux questions importantes : celle de l'évaluation des connaissances des élèves et celle de la différenciation des modalités d'apprentissage.

Concernant l'évaluation, il est indispensable de distinguer :

- d'une part, la prise d'information en cours d'apprentissage, qui permet de faire le point sur l'état des connaissances et des conceptions des élèves et donc de réguler le processus d'enseignement : cette prise d'information n'impose pas nécessairement l'utilisation de dispositifs spécifiques ; elle peut être intégrée au dispositif d'enseignement et se faire en observant et en analysant au quotidien les productions des élèves qui permettent de repérer les procédures utilisées et d'identifier les erreurs ;
- d'autre part, le bilan des acquisitions au terme d'une période d'apprentissage et dont l'analyse des résultats doit conduire à mettre en place des dispositifs d'aide personnalisée.

La différenciation est souvent pensée au travers de la mise en place d'activités différentes pour des groupes d'élèves dont les performances ont été repérées elles-mêmes comme différentes. Sans renoncer à ce type de différenciation, il convient d'en relativiser l'usage dans la mesure où il risque de conduire à un éclatement du groupe classe. La différenciation peut être pensée différemment, en proposant les mêmes tâches à tous, dans au moins deux directions :

- en permettant qu'une même tâche (un même problème, par exemple) soit traitée par des démarches différentes, en relation avec les connaissances que les élèves sont capables de mobiliser : l'exploitation et la confrontation collective des différentes démarches utilisées peuvent être une occasion de progrès pour certains élèves ;
- en variant, pour une même tâche, soit les supports utilisés pour présenter la situation (texte, dessin, situation concrète, par exemple), soit les outils mis à disposition des élèves pour la traiter.

Pour les élèves qui rencontrent des difficultés importantes dans l'apprentissage des mathématiques, des dispositifs d'aide personnalisée doivent être mis en place, tout en restant attentif à un certain nombre de points :

- éviter que l'écrit ne devienne une difficulté supplémentaire trop importante (cf. les réflexions faites dans les paragraphes précédents) ;
- identifier les objectifs prioritaires, c'est-à-dire ceux qui sont liés à des acquisitions indispensables pour la suite des apprentissages et centrer l'effort sur ces objectifs ;
- maintenir un équilibre entre la nécessaire compréhension des notions et l'entraînement sur des tâches purement techniques qui ne peut en aucun cas se substituer à cette compréhension : en particulier les élèves faibles doivent, comme les autres, être confrontés à des situations de résolution de problèmes.

---

## Compétences et activités de formation

Le programme décrit, pour chaque contenu, les compétences élaborées au cours de chaque cycle. Les commentaires qui les accompagnent apportent un éclairage sur les modalités d'apprentissage et quelques précisions, en particulier pour distinguer :

- les compétences qui doivent être maîtrisées en fin de cycle parce qu'elles conditionnent les apprentissages du cycle suivant (ce sont celles qui sont mentionnées dans la colonne centrale) ;
- les compétences qui sont en cours de construction et qui, bien que leur maîtrise complète ne soit envisagée que pour le cycle suivant, doivent faire

l'objet d'un apprentissage structuré (elles sont signalées dans les commentaires : colonne de droite).

La définition de ces compétences vise donc à clarifier les attentes, à préciser les priorités et à fournir des repères dans le but d'aider les équipes d'enseignants dans leur travail de programmation et dans la mise au point des évaluations qui permettent d'en baliser la réalisation.

Il importe de bien garder à l'esprit que **la liste des compétences, si elle fixe les objectifs à atteindre, ne détermine pas pour autant les moyens pédagogiques à utiliser pour cela.**

L'ordre d'exposé des compétences, pour chaque domaine, ne correspond pas nécessairement à celui de leur apprentissage. D'autant plus que, dans la plupart des cas, ces compétences ne s'acquièrent ni isolément les unes des autres, ni en une seule fois.

Pour prendre sens pour les élèves, les notions mathématiques et les compétences qui leur sont liées doivent être mises en évidence et travaillées dans

**des situations riches**, à partir de problèmes à résoudre, avant d'être entraînées pour elles-mêmes. Dans cette perspective, l'évaluation de la maîtrise d'une compétence par les élèves ne peut pas se limiter à la seule vérification de leur fonctionnement dans des exercices techniques. Il faut aussi s'assurer que les élèves sont capables de les mobiliser d'eux-mêmes, en même temps que d'autres compétences, dans des situations où leur usage n'est pas explicitement sollicité dans la question posée.

Il faut également prendre en compte le fait que **tout apprentissage se réalise dans la durée, dans des activités variées** et que **toute acquisition nouvelle doit être reprise, consolidée et enrichie**. Dans cette perspective, la répétition d'exercices vides de sens pour l'élève à un moment donné n'est pas nécessairement la meilleure stratégie pour favoriser la maîtrise d'une compétence. Il convient d'envisager que c'est parfois dans le cadre d'un travail ultérieur, en travaillant sur d'autres aspects de la notion en jeu, qu'une compétence non maîtrisée à un certain moment pourra être consolidée.

---

## Cycle 3 : contenus, compétences, commentaires

---

### Place de la résolution de problèmes dans les apprentissages mathématiques au cycle 3

Comme dans les cycles précédents, la résolution de problèmes occupe une place centrale dans la construction et l'appropriation par les élèves des notions mathématiques répertoriées dans les différentes rubriques du programme.

Les activités relatives à la résolution de problèmes portent sur :

- des **problèmes de recherche**, c'est-à-dire des problèmes pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée : certains de ces problèmes sont destinés à permettre la construction de connaissances nouvelles, d'autres sont davantage destinés à placer l'élève en situation de chercher, d'élaborer une solution originale ;
- des **problèmes destinés à permettre l'utilisation des acquis antérieurs** dans des situations d'application et de réinvestissement ;
- des **problèmes destinés à permettre l'utilisation conjointe de plusieurs connaissances** dans des situations complexes.

Un même problème, suivant le moment où on le propose, suivant les connaissances des élèves à qui on le destine et suivant la gestion qui en est faite, peut relever de l'une ou l'autre des catégories. A travers ces activités, le développement des capacités à **chercher, abstraire, raisonner, prouver**, amorcé

au cycle 2, se poursuit. Pour cela, il est nécessaire de porter une attention particulière aux démarches mises en œuvre par les élèves, à leurs erreurs, à leurs méthodes de travail et de les exploiter dans des moments de débat.

Les situations sur lesquelles portent les problèmes sont diverses. Elles peuvent être issues de la vie de la classe, de " la vie courante ", d'autres domaines de connaissances (physique, technologie, géographie, ...), de jeux, ou concerner des objets mathématiques (figures, nombres, ...). Elles sont présentées sous des formes variées : à partir d'une expérience effective, à partir d'une description orale, à partir d'un énoncé écrit (texte, document, tableau, graphique, schéma, figure). Des compétences spécifiques, d'ordre méthodologique, sont à l'œuvre dans les activités de résolution de problèmes, que ceux-ci soient situés dans le domaine numérique, dans le domaine géométrique ou dans celui de la mesure. Au cycle 3, les compétences suivantes seront particulièrement travaillées :

- contrôler la pertinence ou la vraisemblance d'une réponse partielle ou définitive ;
- formuler et communiquer sa démarche et ses résultats sous des formes variées ;
- argumenter à propos de la validité d'une solution produite par soi-même ou par un camarade (ceci suppose que les élèves ne pensent pas que la démarche à produire est unique, et donc que l'enseignant accepte des démarches différentes).

**Ces compétences n'ont pas à être travaillées pour elles-mêmes, l'objectif essentiel devant toujours rester de résoudre le problème posé.**

## 1. Exploitation de données numériques

Ce qu'on appelle traditionnellement le “**sens des opérations**” doit être au centre des préoccupations. A la fin du cycle 3, les élèves doivent être capables de reconnaître quelle opération permet de résoudre la plupart des problèmes qui peuvent être traités à l'aide d'une seule opération. Certains problèmes “à une opération” ne sont cependant pas reconnus comme tels par tous les élèves et nécessitent le recours à des procédures personnelles : c'est par exemple le cas de certains problèmes “de division” que les élèves vont résoudre par soustractions successives ou par essais de produits successifs. Ces solutions ne doivent pas être rejetées, mais au contraire encouragées chaque fois que le calcul expert n'est pas reconnu par les élèves. Par ailleurs, en utilisant des procédures expertes ou personnelles, les élèves doivent pouvoir résoudre des problèmes nécessitant le recours à des étapes intermédiaires.

Les élèves seront entraînés à **choisir le procédé de calcul le plus adapté** pour trouver un résultat numérique à un problème : calcul mental exact ou approché, calcul posé, calcul instrumenté.

A travers la résolution de problèmes appropriés, les élèves différencient progressivement les situations qui relèvent de la **proportionnalité** de celles qui n'en relèvent pas. Il s'agit donc d'une première approche de cette notion qui ne fait, au cycle 3, l'objet d'aucune étude systématique, celle-ci relevant du collège.

Les élèves sont également confrontés à la lecture, à l'interprétation et à l'utilisation de divers **modes de représentation des données** : diagrammes, graphiques, tableaux. L'analyse critique de l'information mise en évidence par de tels supports contribue à l'éducation civique des élèves.

### 1.1 Problèmes relevant des quatre opérations

<p>- Résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées.</p>	<p>Chaque fois que c'est possible, les situations issues de la vie de la classe ou du travail dans d'autres disciplines seront privilégiées. Les connaissances numériques des élèves, qu'elles portent sur les nombres ou sur le calcul, n'ont d'intérêt que si elles peuvent être mobilisées pour résoudre des problèmes. Selon les problèmes proposés, selon la maîtrise qu'il a des connaissances en jeu, l'élève aura recours aux procédures expertes ou élaborera des procédures personnelles de résolution.</p> <p>Au cycle 3, on proposera des problèmes nécessitant des raisonnements et la détermination d'étapes intermédiaires. Pour les problèmes “à étapes” la solution peut être donnée sous différentes formes : suite de calculs, calcul avec parenthèses, ...</p> <p>On évitera de stéréotyper la mise en forme de la démarche et des résultats. Celle-ci doit être adaptée à la situation proposée et aux interlocuteurs à qui elle est destinée. Dans tous les cas, les exigences doivent être précisées par l'enseignant.</p> <p>Certaines activités de calcul mental s'appuient sur des “petits problèmes” qui permettent de renforcer le “sens des opérations” et la connaissance des propriétés sur les nombres. La résolution de problèmes s'appuie elle-même souvent sur des démarches mentales grandement facilitées par une bonne capacité à calculer mentalement.</p>
---	---

### 1.2 Proportionnalité

<p>- Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité, en utilisant des raisonnements personnels appropriés</p>	<p>L'étude de la proportionnalité pour elle-même relève du collège. A l'école primaire, il s'agit d'étendre la reconnaissance de problèmes qui relèvent du domaine multiplicatif. On se limite à traiter ces problèmes en s'appuyant sur les raisonnements qui peuvent être élaborés et énoncés par les élèves dans le contexte de la situation, par exemple : “<i>Il faut mettre 400 g de fruits avec 80 g de sucre pour faire une salade de fruits. Quelle quantité de sucre faut-il mettre avec 1 000 g de fruits ? Pour 800 g de fruits (2 fois plus que 400), il faut 160 g de sucre (2 fois plus que 80) et pour 200 g de fruits (2 fois moins que 400), il faut 40 g de sucre (2 fois moins que 80). Pour 1000 g (800g + 200g) de fruits, il faut donc 200 g (160g + 40g) de sucre</i>”.</p> <p>Une autre procédure s'appuie sur le constat qu'il faut cinq fois moins de sucre que de fruits.</p> <p>Des activités de placement de nombres sur une droite partiellement graduée seront également l'occasion d'utiliser ce type de raisonnement : par exemple, placement de 50 et 500 sur une droite où sont déjà placés 0 et 200.</p> <p>Il est important que soient proposées aussi bien des situations qui relèvent de la proportionnalité que des situations qui n'en relèvent pas. Dans tous les cas, on s'appuiera sur des situations concrètes (par exemple sur des expériences en lien avec le programme de sciences comme l'étalonnage d'un verre doseur conique comparé à un verre doseur cylindrique).</p> <p>On évitera tout travail systématique sur des tableaux de nombres ou sur des graphiques qui permettent une bonne organisation des informations, mais ne doivent pas être associés nécessairement à la proportionnalité.</p>
---	--

	<p>Les situations faisant intervenir des pourcentages, des échelles, des vitesses moyennes seront traitées avec les mêmes procédés. Aucun procédé expert n'a à être enseigné à ce niveau. Ils seront étudiés en 6<sup>e</sup> et 5<sup>e</sup>, au collège. La touche “ % ” de la calculatrice ne sera donc pas utilisée. Par exemple, si on sait que sur 350 élèves, 40% mangent à la cantine, l'élève peut s'appuyer sur un raisonnement du type :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- pour 100 élèves, 40 mangent à la cantine</li> <li>- pour 300 élèves (3 fois plus), 120 mangent à la cantine (3 fois plus)</li> <li>- pour 50 élèves (moitié de 100), 20 mangent à la cantine (moitié de 40)</li> <li>- pour 350 élèves (300 + 50), ce sont donc 140 élèves qui mangent à la cantine (120 + 20).</li> </ul>
--	--

### 1.3 Organisation et représentation de données numériques

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Organiser des séries de données numériques (listes, tableaux, ...).</li> <li>- Lire, interpréter et construire quelques représentations : diagrammes, graphiques.</li> </ul>	<p>Les situations qui conduisent à utiliser diverses représentations d'un ensemble de données (tableaux, graphiques, diagrammes) s'appuieront sur des données effectives : enquêtes, mesurages en physique ou en biologie (exemple de l'évolution de la taille d'un enfant, d'un animal ou d'une plante), documents en géographie, ...</p> <p>Dans un premier temps, les élèves seront mis en situation de lecture et d'interprétation de ces différents types de présentation des données, puis, dans des cas simples, en situation de production.</p> <p>Quelques exemples de phénomènes aléatoires pourront être proposés dans cette perspective (lancers d'une pièce ou d'un dé, lancers de deux dés dont on fait la somme, ...).</p> <p>Les situations de construction de diagrammes ou graphiques se limiteront à des cas simples ou utiliseront l'outil informatique (une première initiation au tableur peut être envisagée).</p>
---	---

## 2. Connaissance des nombres entiers naturels

Les connaissances relatives à la désignation orale, littérale ou chiffrée des nombres naturels, comme celles relatives à l'ordre sur ces nombres, doivent être bien maîtrisées à la fin de l'école primaire. Elles sont indispensables à la poursuite des apprentissages au collège. Elles sont complétées par une première approche de leur structuration arithmétique, caractérisée par la maîtrise de certaines relations entre les nombres, et qui sera approfondie au collège.

**Ces connaissances ne doivent pas fonctionner uniquement pour elles-mêmes.** Elles doivent, le plus souvent, être envisagées en relation avec des activités de résolution de problèmes : dénombrement, mesurage, graduation..

### 2.1 Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Déterminer la signification de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position.</li> </ul>	<p>La signification des chiffres doit être constamment envisagée en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent. Les mots dizaines, centaines, milliers, ... seront employés comme synonymes de “ paquets ” de 10, de 100, de 1 000, ... Ainsi :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• dans 5 324, le 3 signifie 3 paquets de 100, c'est-à-dire 300 ou encore 3 centaines (et non 3 unités) ;</li> <li>• dans 8 926, il y a 89 paquets de 100 ou 892 paquets de 10.</li> </ul> <p>Les formulations du type “ Combien y a-t-il de paquets de 10 dans 8 926 ? ” seront préférées à “ Quel est le nombre de dizaines dans 8 926 ? ”.</p> <p>Dans cette perspective, il convient d'éviter les activités formelles et l'utilisation trop systématique du “ tableau de numération ”.</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000, etc.</li> <li>- Retrouver rapidement l'écriture chiffrée d'un nombre à partir d'une décomposition utilisant 10, 100, 1000...</li> </ul>	<p>Ces décompositions peuvent être du type suivant :</p> $5\ 324 = (5 \times 1\ 000) + (3 \times 100) + (2 \times 10) + 4$ $5\ 324 = (53 \times 100) + 24$ <p>Mais aussi :</p> $(3 \times 100) + (5 \times 1\ 000) + (6 \times 10) = 5\ 360$

<p>- Produire des suites orales et écrites de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100, à partir de n'importe quel nombre.</p> <p>- Associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres), pour des nombres jusqu'à la classe des millions.</p>	<p><math>(3 \times 100) + (12 \times 10) + 8 + (5 \times 1\ 000) = 5\ 428</math>  De telles égalités seront produites en référence à la signification des chiffres en fonction de leur position plutôt qu'à l'utilisation du "tableau de numération". Elles peuvent également être contrôlées par un calcul.  Les notations du type <math>10^2</math>, <math>10^3</math>, ... ne sont pas utilisées à l'école primaire.</p> <p>Il s'agit de mettre en évidence les régularités des suites de nombres écrits en chiffres (en liaison, par exemple, avec le fonctionnement d'un compteur) ainsi que les régularités et les "accidents" des suites de nombres dits oralement.  La production de suites de nombres (écrits en chiffres) de 10 en 10, 100 en 100, ... doit être mise en relation avec les effets d'ajouts successifs de 10 (ou d'une dizaine), de 100 (ou d'une centaine), ...  A partir de ces activités, les élèves peuvent commencer à envisager le caractère infini de ces suites.</p> <p>Exemples :  - 56 246 789 se lit <b>56 millions 246 mille 789</b>  - cent sept millions cinquante trois mille cent trente quatre s'écrit 107 053 134  On montrera l'intérêt du découpage en tranches de trois chiffres pour la lecture des nombres (fondée sur les classes : <b>mille, millions...</b>) et on veillera, en particulier, à travailler les difficultés inhérentes à l'écriture en chiffres des nombres ayant un ou plusieurs "0" intermédiaires.  L'étude se limitera aux nombres de la classe des millions, mais des nombres plus grands pourront être rencontrés.</p>
--	---

## 2.2 Ordre sur les nombres entiers naturels

<p>- Comparer deux entiers naturels, utiliser les signes &lt; et &gt; (lus " plus petit ", " plus grand ").</p> <p>- Ranger des nombres en ordre croissant ou décroissant.</p> <p>- Situer un nombre dans une série ordonnée de nombres.</p> <p>- Ecrire des encadrements d'entiers entre deux dizaines, deux centaines, deux milliers, ...</p> <p>- Situer précisément ou approximativement des nombres sur une droite graduée de 10 en 10, de 100 en 100, ...</p>	<p>On veillera à ce que la compréhension de l'ordre (savoir quel est le plus petit ou le plus grand, savoir ranger des nombres) précède l'utilisation des symboles &lt; ou &gt;.  Au cours de l'apprentissage, les procédures de comparaison feront l'objet d'une explicitation par les élèves.</p> <p>Exemples :  <math>650 &lt; 658 &lt; 660</math>, mais aussi <math>600 &lt; 658 &lt; 700</math>  <math>4\ 800 &lt; 4\ 862 &lt; 4900</math>, mais aussi <math>4\ 000 &lt; 4\ 862 &lt; 5\ 000</math></p> <p>Par exemple, sur une droite graduée de 100 en 100 :  - pour placer exactement 450, on peut utiliser le fait qu'il se situe "à mi-chemin" entre 400 et 500 ;  - pour placer approximativement 276, on peut utiliser le fait qu'il est plus près de 300 que de 200.  Le placement précis nécessite des compétences relatives à la proportionnalité : les distances entre deux nombres sont proportionnelles aux écarts (différences) entre les deux nombres.  L'utilisation d'une frise historique peut être l'occasion d'activités de placement approché.  Le placement approché permet également de développer des compétences qui seront utiles pour le calcul approché (approximation des nombres).</p>
---	--

### 2.3 Structuration arithmétique des nombres entiers naturels

<p>- Connaître et utiliser des expressions telles que : double, moitié ou demi, triple, tiers, quart, trois-quarts d'un nombre entier.</p>	<p>Ces expressions, d'usage courant, ne sont pas nécessairement reliées à des fractions : la moitié de 50 est 25, le quart de 60 est 15, ... Elles peuvent être utilisées avant la rencontre avec les fractions, le lien étant établi à ce moment là.</p>
<p>- Connaître et utiliser certaines relations entre des nombres d'usage courant : entre 5, 10, 25, 50, 75, 100 ; entre 50, 100, 200, 250, 500, 750, 1000 ; entre 5, 15, 30, 45, 60, 90.</p>	<p>On insistera particulièrement sur la structuration des nombres autour du nombre 100. Exemples de relations : <math>100 = 75 + 25</math>, <math>100 = 4 \times 25</math>, <math>75 = 3 \times 25</math> On insistera sur la diversité des expressions d'un même nombre, par exemple pour le nombre 15 : <math>10 + 5</math>, <math>3 \times 5</math>, la moitié de 30, le quart de 60.</p>
<p>- Reconnaître les multiples de 2, de 5 et de 10.</p>	<p>Le mot <i>multiple</i> est à connaître et à utiliser au cycle 3. En revanche, le mot <i>diviseur</i> a deux sens : diviseur exact (5 est un diviseur de 35), et nombre par lequel on divise (dans la division de 38 par 5, le diviseur est 5, le quotient 7, le reste 3). On ne l'utilisera donc pas à l'école primaire dans le premier de ces sens. La notion de multiple, comme celle de diviseur, n'a pas à faire l'objet d'une étude systématique à l'école primaire. Celle-ci relève du collège. Cependant, les élèves seront amenés à reconnaître rapidement les nombres qui sont des doubles ou qui sont des multiples de 5 (c'est-à-dire qui seraient dans la " table de 5 " ou son prolongement).</p>

## 3. Connaissance des fractions et des nombres décimaux

Une toute première approche des fractions et une première étude des nombres décimaux sont entreprises au cycle 3. Celles-ci seront poursuivies au collège. Il convient donc de distinguer les compétences qui doivent être maîtrisées avant l'entrée au collège, de celles qui sont encore en cours de construction à la fin du cycle 3 et de celles dont l'approche et la construction relèvent du collège. Les commentaires qui suivent devraient aider à faire cette distinction.

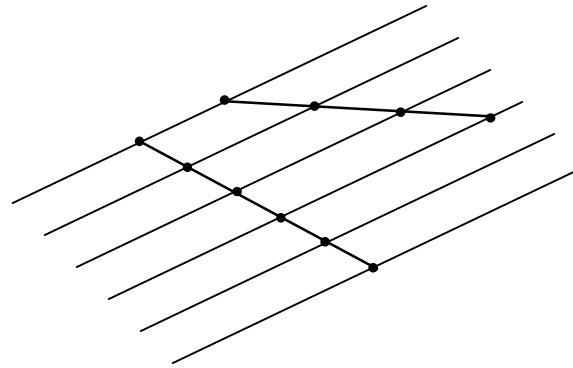
Les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de **nouveaux nombres, utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante** : problèmes de partage, de mesure de longueurs ou d'aires, de repérage d'un point sur une droite.

La plupart des connaissances relatives à ces nouveaux nombres peuvent être travaillées et interprétées dans les contextes énoncés précédemment et utilisées dans des activités relevant d'autres champs disciplinaires (sciences et technologie, géographie, ...). Dans toutes les utilisations des nombres décimaux " en situation ", on rendra les élèves attentifs au choix des décimales pertinentes : précisions permises par les instruments et la taille des objets, compatibilité avec les usages sociaux.

### 3.1 Désignations orales et écrites des fractions

<p>- Utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder le résultat de mesurages de longueurs ou d'aires, une unité de mesure étant choisie.</p>	<p>En dehors de la connaissance des fractions " d'usage courant ", le travail sur les fractions est essentiellement destiné à donner du sens aux nombres décimaux envisagés comme fractions décimales (fractions de dénominateurs 10, 100, 1000, ...) <math display="block">2,58 = \frac{258}{100} = 2 + \frac{58}{100} = 2 + \frac{5}{10} + \frac{8}{100}</math> Outre les fractions décimales, les fractions " d'usage courant " utilisées ont un dénominateur compris entre 2 et 5 (ou des puissances de ces nombres comme 4, 8, 16, 9, 25, ...). Les fractions telles que <math>\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots</math> peuvent être matérialisées ou évoquées en référence à des " pliages " successifs en deux de l'unité.</p>
--	--

Dans les autres cas, le partage ne doit pas résulter d'un calcul de division : l'unité partagée en trois ou en cinq peut être obtenue par utilisation d'un réseau de droites parallèles équidistantes. Ce réseau permet de partager une unité en plusieurs longueurs égales, sans recours à la division.



Des fractions supérieures à 1 seront utilisées ; par exemple  $\frac{7}{3}$  sera compris comme “ 7 fois le tiers de l'unité ”. C'est en Sixième qu'une telle fraction prendra une nouvelle signification, comme quotient de 7 par 3. Notons que la référence privilégiée à des situations telles que les partages de tartes a l'inconvénient de limiter l'approche à des fractions plus petites que 1.

- Nommer les fractions en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, ..., dixième, centième, ...

- Une unité de longueur étant fixée, construire un segment ou une bande de papier dont la mesure de la longueur est donnée sous la forme d'une fraction.

- Une unité d'aire étant fixée (éventuellement prédécoupée), construire une surface dont la mesure de l'aire est donnée sous la forme d'une fraction.

- Reconnaître parmi plusieurs écritures, dont des fractions, celle(s) qui exprime(nt) soit la mesure de la longueur d'un segment donné (l'unité de longueur étant fixée), soit la mesure de l'aire d'une surface donnée (l'unité d'aire étant fixée).

Le *dénominateur* nomme le type de partage de l'unité (en parts égales) alors que le *numérateur* précise le nombre de parts qui sont prises en compte. Ce vocabulaire peut être utilisé en situation, mais il n'est pas exigible de la part des élèves. On évitera de travailler avec les notations du type  $\frac{7}{3}$ .

Les écritures du type  $2+\frac{1}{4}$  ou  $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$  correspondent à des segments ou surfaces obtenues par juxtaposition d'autres segments ou surfaces.

On veillera à ce que les élèves rencontrent des entiers sous forme fractionnaire, à partir d'égalités comme :

$$\frac{9}{3}=3 \quad \frac{40}{10}=4$$

Ces égalités peuvent être justifiées :  $\frac{9}{3}$ , c'est “ 3 fois 3 tiers de l'unité, donc 3 unités ”, ce qui peut être illustré à l'aide de segments.

La comparaison des écritures fractionnaires relève du collège. Cependant, dans des cas simples, les élèves peuvent comparer deux fractions de même dénominateur en s'appuyant sur leur signification :  $\frac{2}{3} < \frac{5}{3}$ , car dans la première il y a deux tiers alors qu'il y en a cinq dans la deuxième.

De même, on peut conclure que “  $\frac{14}{8}$  est égal à  $\frac{7}{4}$  parce qu'il faut deux huitièmes pour obtenir un quart ”.

### 3.2 Fractions et nombres entiers

<p>- Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs</p> <p>- Ecrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1</p>	<p>Les raisonnements utilisés sont du type : <math>\frac{3}{3}</math> c'est 1 ; dans <math>\frac{7}{3}</math> (sept tiers), il y a deux fois <math>\frac{3}{3}</math> et <math>\frac{1}{3}</math>. Donc <math>2 &lt; \frac{7}{3} &lt; 3</math> et <math>\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}</math>.</p> <p>Ils peuvent être appuyés sur une représentation des fractions par des longueurs ou des aires.</p>
--	--

### 3.3 Désignations orales et écrites des nombres décimaux

<p>- Déterminer la signification de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position.</p> <p>- Passer pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement).</p> <p>- Utiliser les nombres décimaux pour exprimer la mesure de la longueur d'un segment ou celle de l'aire d'une surface (une unité étant donnée).</p> <p>- Utiliser les nombres décimaux pour repérer un point sur une droite graduée régulièrement de 1 en 1.</p> <p>- Ecrire et interpréter sous forme décimale une mesure donnée avec plusieurs unités (et réciproquement)</p> <p>- Produire des décompositions liées à une écriture à virgule</p> <p>- Produire des suites écrites ou orales de 0,1 en 0,1, de 0,01 en 0,01, ...</p> <p>- Associer les désignations orales et l'écriture chiffrée d'un nombre décimal</p>	<p>Les écritures à virgule prennent sens en étant mises en relation avec les sommes de fractions décimales, ce qui correspond à l'introduction historique des décimaux. Cela permet de comprendre que la valeur d'un chiffre écrit immédiatement à droite d'un autre est dix fois plus petite et que la valeur d'un chiffre écrit immédiatement à gauche d'un autre est dix fois plus grande, ce qui est vrai aussi bien pour la partie entière que pour la partie décimale.</p> <p>Exemples d'égalités qui peuvent être utilisées :</p> $\frac{956}{10} = 95 + \frac{6}{10} = 95,6$ $\frac{503}{100} = 5 + \frac{3}{100} = 5,03$ <p>Comme dans le cas des fractions, de telles égalités ne doivent pas avoir un caractère formel, mais doivent pouvoir être interprétées en référence à des segments mesurés avec une unité donnée (partagée en 10, 100, ... le partage étant effectif ou seulement évoqué) ou au placement de nombres sur une graduation.</p> <p>Dans le cas où une mesure est exprimée à l'aide des unités usuelles, il s'agit de mettre en relation des désignations telles que 3m 25cm et 3,25 m ou 3m 5cm et 3,05 m ou encore 2h 30min et 2,5 h. Ce dernier exemple ne doit pas donner lieu à des développements excessifs, mais, dans des cas simples comme celui-ci, être l'occasion d'utiliser le fait que 2h30 c'est 2 heures et demie et que un demi, c'est aussi 0,5.</p> <p>Exemples :</p> $156,34 = 100 + (5 \times 10) + 6 + (3 \times \frac{1}{10}) + (4 \times \frac{1}{100})$ $156,34 = 100 + 50 + 6 + (3 \times 0,1) + (6 \times 0,01)$ <p>La deuxième égalité ne nécessite pas de connaissances sur la multiplication par un nombre décimal, mais seulement de connaître l'égalité entre <math>\frac{1}{10}</math> et 0,1.</p> <p>Les observations de régularités sur de telles suites peuvent être comparées à celles faites sur les suites obtenues avec des entiers naturels en comptant de 1 en 1, de 10 en 10, ...</p> <p>Exemples : 14,5 se lit 14 et demi ou 14 et 5 dixièmes 5,23 se lit 5 et 23 centièmes ou 5 et 2 dixièmes et 3 centièmes. On n'exclura pas la lecture " courante " (5 virgule 23), mais en évitant de la systématiser dans la mesure où son usage trop fréquent contribue à envisager le nombre décimal 5,23 comme deux entiers juxtaposés (5 d'un côté et 23 de l'autre)</p>
--	---

### 3.4 Ordre sur les nombres décimaux

<p>- Comparer deux nombres décimaux donnés par leurs écritures à virgule. - Traduire le résultat de la comparaison en utilisant les signes &lt; et &gt;.</p> <p>- Intercaler des nombres décimaux entre deux nombres entiers consécutifs ou entre deux nombres décimaux.</p> <p>- Encadrer un nombre décimal par deux entiers consécutifs ou par deux nombres décimaux. - Donner une valeur approchée d'un nombre décimal à l'unité près, au 1/10 ou au 1/100 près.</p> <p>- Situer exactement ou approximativement des nombres décimaux sur une droite graduée de 1 en 1, de 0,1 en 0,1.</p>	<p>La comparaison de nombres tels que 2,58 et 2,6 se ramène à celle de leurs parties décimales, mais celles-ci ne doivent pas être considérées comme des entiers : les élèves doivent considérer qu'il s'agit en fait de comparer <math>\frac{5}{10}</math> avec <math>\frac{6}{10}</math> ou <math>\frac{58}{100}</math> avec <math>\frac{60}{100}</math>.</p> <p>Le recours à des graduations peut être une aide pour les élèves. Ces activités sont l'occasion pour les élèves de prendre conscience que la notion de nombres consécutifs, valable pour les nombres entiers, ne l'est plus pour les nombres décimaux : intercaler un nombre (décimal) entre deux nombres (décimaux) devient toujours possible. Ces questions d'intercalation pourront également être l'occasion de rencontrer des nombres décimaux qui s'écrivent avec plus de trois chiffres dans leur partie décimale.</p> <p>Il s'agit, sans étude systématique et sans utiliser de formulation spécifique, d'approcher la notion d'encadrement à l'unité ou au dixième près, par exemple : <math>35 &lt; 35,46 &lt; 36</math> ou <math>35,4 &lt; 35,46 &lt; 35,5</math></p> <p>La notion de valeur approchée fait l'objet d'un tout premier travail qui doit prendre sens pour l'élève, en relation avec un contexte issu de la vie courante, de la physique, de la géographie, ... Par exemple, pour la monnaie, on n'utilise que des nombres avec deux décimales.</p> <p>Sur une droite graduée de 0,1 en 0,1, on placera exactement 12,7, mais approximativement 12,83 (plus près de 12,8 que de 12,9).</p>
---	---

### 3.5 Relations entre certains nombres décimaux

<p>- Connaître et utiliser des écritures fractionnaires et décimales de certains nombres : 0,1 et <math>\frac{1}{10}</math> ; 0,01 et <math>\frac{1}{100}</math> ; 0,5 et <math>\frac{1}{2}</math> ; 0,25 et <math>\frac{1}{4}</math> ; 0,75 et <math>\frac{3}{4}</math>.</p> <p>- Connaître et utiliser les relations entre <math>\frac{1}{4}</math> (ou 0,25) et <math>\frac{1}{2}</math> (ou 0,5), entre <math>\frac{1}{4}</math> et <math>\frac{1}{10}</math>, entre <math>\frac{1}{1000}</math> et <math>\frac{1}{100}</math></p>	<p>Ces connaissances doivent être établies en référence à l'expérience (situations réelles ou évoquées) sur des longueurs, des capacités, des durées ou des aires, par exemple. Il s'agit en fait de développer de bonnes représentations mentales de ces nombres et des relations qui les lient.</p>
--	---

## 4. Calcul

Les compétences énoncées dans ce domaine n'ont d'intérêt que si elles peuvent être utilisées par les élèves pour résoudre des problèmes.

**Les compétences en calcul mental (résultats mémorisés, calcul réfléchi exact ou approché) sont à développer en priorité.** En effet, le calcul mental réfléchi est l'occasion de rencontrer diverses façons d'effectuer un même calcul et d'avoir à justifier celle qui a été choisie, ce qui peut être l'occasion de premières activités de preuve.

Le calcul posé ne doit pas faire l'objet d'une recherche de virtuosité excessive. Il doit être abordé principalement dans l'optique de la compréhension des propriétés qui interviennent dans chaque "technique opératoire".

Les élèves doivent être capables d'utiliser une calculatrice, lorsque son usage est pertinent, par exemple, dans un problème où les calculs ne peuvent pas être traités mentalement. Le calcul mental offre alors des moyens de contrôler le résultat proposé par la calculatrice et de déceler d'éventuelles fautes de frappe, de mauvais choix de nombres, ... Certains aspects du fonctionnement des calculatrices seront étudiés : les élèves pourront alors construire un mode d'emploi du modèle de calculatrice qu'ils utilisent.

Certaines limitations précisées ci-après n'interdisent pas que, dans des problèmes, les élèves soient amenés à trouver des résultats qui se situent en dehors des compétences énoncées. Ainsi, le fait que le produit de deux décimaux ne soit pas au programme n'exclut pas que les élèves aient, par exemple, à calculer le prix de 2,5 kg de gruyère à 10,20 euros le kg : ils peuvent, soit considérer que 2,5 kg, c'est la moitié de 5 kg, soit que c'est 2 kg et  $\frac{1}{2}$  kg, ce qui leur permet de répondre sans poser la multiplication de 10,20 par 2,5.

### 4.1 Résultats mémorisés, procédures automatisées

<ul style="list-style-type: none"><li>- Connaître les tables d'addition et de multiplication et les utiliser pour calculer une somme, une différence ou un complément, un produit ou un quotient.</li> <li>- Additionner ou soustraire mentalement des dizaines entières (nombres inférieurs à 100) ou des centaines entières (nombres inférieurs à 1000).</li><li>- Connaître le complément à la dizaine supérieure pour tout nombre inférieur à 100.</li><li>- Connaître le complément à l'entier immédiatement supérieur pour tout décimal ayant un chiffre après la virgule.</li><li>- Multiplier ou diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1000.</li></ul>	<p>Les mots <i>somme, différence ou écart, complément, produit, quotient, reste, multiple</i> font partie du vocabulaire à acquérir au cycle 3. Une bonne connaissance des tables suppose la capacité à fournir instantanément un résultat qui y figure ou un "résultat dérivé" : connaître <math>7 \times 8 = 56</math>, c'est être capable aussi bien de compléter <math>7 \times 8 = \dots</math> que <math>7 \times \dots = 56</math> ou <math>\dots \times \dots = 56</math> ou encore de dire combien il y a de fois 7 dans 56. C'est aussi savoir que 58 n'est pas un multiple de 8, mais qu'il est situé entre deux multiples de 8 (<math>7 \times 8</math> et <math>8 \times 8</math>).</p> <p>On mettra particulièrement en évidence les nombres inférieurs à 100 qui sont égaux au produit d'un nombre par lui-même, ce qui prépare la notion de racine carrée étudiée au collège (par exemple : <math>49 = 7 \times 7</math>). De même on s'attachera à reconnaître les nombres qui sont double, triple ou quadruple d'un autre nombre (en particulier pour les nombres inférieurs à 50).</p> <p>Ces compétences sont indispensables pour développer des stratégies de calcul mental réfléchi.</p>
---	--

<p>- Calculer des sommes et des différences de nombres entiers ou décimaux, par un calcul écrit en ligne ou en colonnes.</p> <p>- Calculer le produit de deux entiers ou le produit d'un décimal par un entier (3 chiffres par 2 chiffres), par un calcul écrit.</p> <p>- Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier (d'au plus 4 chiffres) par un nombre entier (d'au plus 2 chiffres), par un calcul écrit.</p>	<p>Les compétences ci-contre sont inséparables de la résolution de problèmes : l'élève doit acquérir une aptitude à organiser ses calculs sans nécessairement utiliser le procédé le plus court.</p> <p>La technique de l'addition a été mise en place au cycle 2. Celles de la soustraction, de la multiplication et de la division doivent l'être au cycle 3, en s'attachant en priorité à assurer la compréhension de leur fonctionnement.</p> <p>On se limitera à des calculs qui peuvent effectivement être rencontrés dans l'usage courant.</p> <p>Les erreurs de calcul relatives à ces techniques seront examinées en référence à la signification qui peut être donnée aux différentes étapes du calcul.</p> <p>Les limitations indiquées relatives à la taille des nombres ne concernent évidemment pas les calculs du type <math>2\,455 \times 10</math> ou <math>12,563 \times 100, \dots</math></p> <p>Le calcul de divisions doit être limité à des cas "raisonnables" : dividende ayant au plus 4 chiffres, avec pose effective des soustractions intermédiaires et exécution de produits partiels annexes pour déterminer certains chiffres du quotient. L'algorithme de la division est repris dans le programme de 6<sup>e</sup>.</p> <p>Le calcul du quotient de deux entiers ou celui d'un décimal par un entier n'est pas une compétence exigible au cycle 3. Mais, des situations où les élèves seront conduits à chercher ce type de résultat par des procédures personnelles seront proposées. Par exemple, s'il s'agit de partager équitablement 8 euros entre 5 personnes, on peut donner un euro à chacun, puis convertir les 3 euros restants en 300 centimes pour terminer le partage.</p>
---	---

#### 4.2 Calcul réfléchi

<p>- Organiser et effectuer mentalement, sur des nombres entiers, un calcul additif, soustractif, multiplicatif en s'appuyant sur des résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.</p> <p>- Organiser et effectuer mentalement, sur des nombres entiers, un calcul de division en s'appuyant sur les résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.</p> <p>- Organiser et effectuer des calculs du type <math>1,5 + 0,5</math> ; <math>2,8 + 0,2</math> ; <math>1,5 \times 2</math> ; <math>0,5 \times 3</math>, en s'appuyant sur les résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.</p>	<p>Par exemple</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>15 \times 11 = 65</math> car <math>15 \times 11 = (15 \times 10) + 15</math></li> <li>• <math>15 \times 19 = 300 - 15 = 285</math>, car <math>15 \times 19 = (15 \times 20) - 15</math></li> <li>• <math>15 \times 19 = 19 \times 15 = 190 + 95 = 285</math>, car <math>19 \times 15 = (19 \times 10) + (19 \times 5) : 2</math></li> </ul> <p>Les justifications peuvent être fournies sous d'autres formes que celles-ci : oralement, par une suite de calculs écrits, par une écriture utilisant des parenthèses, ... L'explicitation et l'analyse, par les élèves, des raisonnements utilisés constituent un moment important de cet apprentissage.</p> <p>Par exemple</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>65 : 5 = (50 : 5) + (15 : 5) = 13</math></li> <li>• pour le calcul du quotient et du reste de 127 par 15, on peut essayer d'atteindre 127 en additionnant des multiples simples de 15 : <i>2 fois 15, c'est 30, 4 fois 15 c'est 60, 8 fois 15, c'est 120, donc le quotient est 8 et le reste est 7</i></li> </ul> <p>Ce type de calcul, qui s'appuie implicitement sur l'égalité fondamentale de la division euclidienne (<math>a = bq + r</math>, avec <math>r &lt; b</math>), sera repris au collège. Il fait donc l'objet d'une première approche.</p> <p>Pour le calcul mental, on se limitera à des nombres décimaux simples et on pourra profiter des erreurs du type <math>0,5 \times 3 = 0,15</math> pour revenir sur la signification des écritures décimales.</p> <p>Le calcul sur les fractions relève du collège. Cependant, en prenant appui sur la signification donnée aux écritures fractionnaires, les élèves pourront être confrontés, en situation, à des calculs comme <math>\frac{1}{2} + \frac{1}{2}</math> ; <math>\frac{1}{4} + \frac{1}{2}</math> ; <math>1 + \frac{1}{3}</math> ; <math>2 - \frac{1}{3}</math> ou être conduits à décomposer quelques fractions en somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, par exemple : <math>\frac{25}{10} = 2 + \frac{5}{10} = 2 + \frac{1}{2}</math> ou <math>\frac{25}{10} = 3 - \frac{5}{10} = 3 - \frac{1}{2}</math>. Toute référence à des procédures expertes de calcul sur les fractions est prématurée au cycle 3.</p>
---	---

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Evaluer un ordre de grandeur d'un résultat, en utilisant un calcul approché.</li> <li>- Evaluer le nombre de chiffres d'un quotient.</li>   <li>- Développer des moyens de contrôle des calculs instrumentés : chiffre des unités, nombre de chiffres (en particulier pour un quotient), calcul approché, ...</li>   <li>- Savoir trouver mentalement le résultat numérique d'un problème à données simples.</li> </ul>	<p>Le travail sur le calcul approché commence au cycle 3 et sera poursuivi au collège. Il peut être utilisé, soit en résolution de problèmes pour prévoir un ordre de grandeur des réponses, soit pour contrôler le résultat d'un calcul posé par écrit ou effectué avec une machine.</p> <p>Les différents moyens de contrôler le résultat d'un calcul seront fréquemment sollicités. En particulier, les élèves seront entraînés à encadrer le quotient de deux entiers par des puissances de 10. Par exemple, le quotient de 2783 par 57 est compris entre 10 et 100, car :</p> $57 \times 10 < 2\,783 < 57 \times 100.$
--	---

### 4.3 Calcul instrumenté

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utiliser à bon escient sa calculatrice pour obtenir un résultat numérique issu d'un problème et interpréter le résultat obtenu.</li>   <li>- Utiliser une calculatrice pour déterminer la somme, la différence de deux nombres entiers ou décimaux, le produit de deux nombres entiers ou celui d'un nombre décimal par un entier.</li>   <li>- Utiliser une calculatrice pour déterminer le quotient entier ou décimal (exact ou approché) de deux entiers ou d'un décimal par un entier.</li>   <li>- Connaître et utiliser certaines fonctionnalités de sa calculatrice pour gérer une suite de calculs : touches "opérations", touches mémoires, touches "parenthèses", facteur constant.</li> </ul>	<p>Cette compétence est inséparable de la résolution de problèmes : l'élève doit acquérir une meilleure autonomie grâce à l'outil calculatrice, qui lui offre la possibilité de centrer davantage son attention sur l'organisation des calculs à mettre en place et offre l'occasion de faire des expériences multiples.</p> <p>Le résultat affiché par la calculatrice nécessite souvent une interprétation, notamment lorsque s'affichent de nombreuses décimales : il faut alors déterminer quelles sont les décimales significatives, en référence au contexte.</p> <p>En situation de résolution de problèmes, la calculatrice peut également être utilisée pour obtenir le produit de deux nombres décimaux. Mais cela suppose que l'élève a préalablement reconnu que le problème relevait d'un tel calcul, ce qui constitue la difficulté principale et fera l'objet d'un travail au collège. Le plus souvent, ce type de problème sera résolu soit en utilisant des procédures personnelles, soit en fournissant un encadrement du résultat. Par exemple, pour calculer le prix de 3,250 kg de mandarines à 2 euros le kg, on peut additionner le prix de 3 kg et celui de 250 g ou d'un quart de kg.</p> <p>Dans le cas de la division, on s'intéressera en particulier aux méthodes utilisables pour obtenir, avec une calculatrice ordinaire, le quotient et le reste de la division euclidienne de deux nombres entiers. Par exemple, pour 456 divisé par 25, la calculatrice affiche 18,24. La partie entière du nombre affiché fournit directement le quotient (18), et le reste peut être obtenu par le calcul suivant : <math>456 - (18 \times 25)</math> ; il peut l'être aussi par le calcul du produit <math>0,24 \times 25</math>, mais cette procédure ne sera pas favorisée à l'école primaire. A cette occasion, une première distinction peut être faite entre division euclidienne (qui fournit deux nombres entiers : le quotient et le reste) et division décimale (qui fournit un quotient décimal, souvent approché). Ces deux divisions seront distinguées à partir de la résolution de problèmes qui permettent de leur donner du sens, par exemple : partage équitable de 258 objets entre 12 personnes ou d'un ruban de 258 cm en 12 morceaux de même longueur.</p> <p>La diversité des calculatrices qui existent dans la classe peut être l'occasion de comparaisons intéressantes, chaque élève étant invité à construire un mode d'emploi de son propre modèle. Celles qui comportent deux lignes d'affichage sont particulièrement intéressantes.</p> <p>Le travail avec calculatrices donne également l'occasion d'approfondir la compréhension des écritures numériques comportant des parenthèses. Ainsi, avec une calculatrice ordinaire (sans touches "parenthèses"), il n'est pas possible de calculer directement une expression comme <math>(563 \times 78) - (406 \times 24)</math> : il faut soit noter des résultats intermédiaires, soit utiliser les touches "mémoires".</p>
---	--

## 5. Géométrie

Les connaissances travaillées au cycle 3 prolongent celles qui ont été abordées au cycle 2. L'objectif principal est de permettre aux élèves de **se familiariser avec les objets du plan et de l'espace** et de **passer progressivement d'une géométrie où les objets et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par un recours à des instruments et par la connaissance de certaines propriétés**. Il s'agit également de favoriser la mise en place d'images mentales pour les principaux concepts rencontrés, en permettant aux élèves de les identifier dans des configurations variées.

L'argumentation à propos des outils utilisés, des propriétés mobilisées et des résultats obtenus constitue une part importante du travail des élèves. Dans cette perspective, quelques activités de déduction, en particulier sur des figures dessinées à main levée, peuvent être envisagées.

Le travail géométrique s'organise autour de différents types d'activités :

- localiser des objets ou des assemblages d'objets dans l'espace, se repérer et se déplacer dans l'espace, en utilisant des représentations de cet espace (plans, cartes) ;
- comparer, reproduire, décrire, construire, représenter des objets géométriques (figures planes, solides) ou des assemblages d'objets.

A travers ces activités, les élèves élaborent et utilisent les premiers concepts géométriques, en leur donnant du sens : alignement, perpendicularité, parallélisme, longueurs, angles. Ils prennent conscience de certaines propriétés des objets et ils acquièrent des éléments de vocabulaire : face, arête, sommet ; côté, segment, milieu, droite (synonyme au cycle 3 de ligne droite), droites perpendiculaires, droites parallèles, angle ; ainsi que les noms de quelques solides et de quelques figures planes. Enfin, ils développent des compétences techniques liées au maniement d'instruments de dessin : règle et équerre (pour vérifier des alignements, tracer des droites perpendiculaires, des droites parallèles), compas (pour tracer des cercles ou des arcs de cercle, pour reporter des longueurs), gabarit (pour comparer ou reporter des angles), calque.

**Les problèmes proposés se situent dans l'espace ou portent sur des objets "épures"** : solides usuels, figures dessinées sur papier (sans abuser des supports quadrillés) ou sur écran d'ordinateur. Les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles (définitions), mais des connaissances fonctionnelles. Les logiciels de dessin assisté par ordinateur ou de géométrie dynamique pourront, en particulier, faire l'objet d'une première utilisation, mais elles ne remplacent pas les activités papier-crayon.

### 5.1 Repérage, utilisation de plans, de cartes.

- Repérer une case ou un point sur un quadrillage.	Un point ou une case peuvent être repérés de deux façons : - en utilisant des " axes " privilégiés : case (A ; 4) ou (4 ;A), point (5 ; 2) ; - par rapport à un point donné, en imaginant un déplacement : « <i>par rapport au point P, le point Q est à « vers la droite et à 3 vers le haut</i> ».
- Utiliser une carte ou un plan pour situer un objet, anticiper ou réaliser un déplacement, évaluer une distance.	Il s'agit de mettre en relation espace réel et espace graphique. Les compétences peuvent être développées dans différents contextes : jeux, réalisations de graphiques, de cartes en géographie, course d'orientation en EPS, etc.

### 5.2 Relations : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale

- Vérifier, à l'aide de la règle, que des points sont alignés.	Les relations et propriétés évoquées dans cette rubrique doivent être utilisées dans des activités de résolution de problème. La perception d'un alignement de plusieurs points dans une figure complexe permet de tracer la droite correspondante et de mettre en évidence une propriété de cette figure.
- Vérifier, à l'aide du compas ou d'un instrument de mesure, que des segments ont même longueur	Le compas doit être un instrument privilégié pour comparer ou reporter des longueurs, chaque fois qu'un mesurage n'est pas indispensable.
- Vérifier, à l'aide de l'équerre, que deux droites sont perpendiculaires.	Les expressions " droites perpendiculaires " et " droites se coupant à angle droit " seront considérées comme synonymes. L'expression " droites orthogonales " ne sera pas utilisée.
- Vérifier, à l'aide de la règle et de l'équerre, que deux droites sont	On s'attachera particulièrement à ne pas figer ces relations dans des représentations stéréotypées liées aux positions verticales et horizontales ou parallèles aux bords de la feuille de papier.

<p>parallèles.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Tracer, avec un compas et une règle, un segment de même longueur qu'un segment donné.</li> <li>- Tracer, à main levée, une droite perpendiculaire ou parallèle à une droite donnée.</li> <li>- Tracer à l'aide de l'équerre la perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné (sur la droite ou hors de la droite).</li> <li>- Tracer à l'aide de l'équerre et de la règle une parallèle à une droite donnée.</li> </ul> <p>- Trouver le milieu d'un segment.</p> <p>- Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle.</p> <p>- Percevoir qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Vérifier, en utilisant différentes techniques (pliage, papier calque, miroir) qu'une droite est axe de symétrie d'une figure.</li> <li>- Compléter une figure par symétrie axiale en utilisant des techniques telles que pliage, papier calque, miroir.</li> </ul> <p>- Tracer, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée.</p> <p>- Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite, axe de symétrie.</p>	<p>L'utilisation de tracés à main levée joue un rôle important dans la mise en place d'images mentales relatives au parallélisme et à la perpendicularité.</p> <p>Le travail sur droites perpendiculaires et droites parallèles pourra être synthétisé par une réflexion sur les positions relatives de deux droites. Cela conduit à considérer les droites non sécantes (parallèles) et les droites sécantes et, parmi ces dernières, à s'intéresser à leur inclinaison relative (notion d'angle) et identifier celles qui se coupent en faisant un angle droit ou quatre angles égaux (perpendiculaires).</p> <p>Pour les droites parallèles, la propriété d'écart constant entre ces droites sera mise en évidence et utilisée pour les activités de reconnaissance ou de construction.</p> <p>Le milieu d'un segment peut être déterminé par pliage ou en utilisant une règle graduée.</p> <p>L'utilisation du compas pour trouver le milieu d'un segment ou tracer des droites perpendiculaires ou parallèles relève du collège.</p> <p>Au cycle 3, le mot " droite " est utilisé comme synonyme de " ligne droite ". D'autres termes peuvent être introduits dans le cadre des activités conduites (par exemple : <i>droites sécantes</i>), mais leur maîtrise n'est pas exigée au cycle 3</p> <p>Les symboles // et <math>\perp</math> ne sont pas à utiliser au cycle 3. Le codage des points et des segments par des lettres sera introduit avec prudence, en s'attachant notamment à faire différencier la lettre du point qu'elle désigne. L'utilisation des notations (AB) pour la droite passant par A et B et [AB] pour le segment d'extrémités A et B ne sont pas exigibles au cycle 3 ; ces notations seront abordées au collège, mais l'enseignant peut commencer à les utiliser à la fin du cycle 3.</p> <p>L'étude systématique de la symétrie axiale relève de la sixième. Au cycle 3, il s'agit de fournir l'occasion aux élèves d'étendre leur champ d'expériences sur cette transformation et de mettre en œuvre quelques unes de ses propriétés. Les activités conduites peuvent prendre appui sur l'analyse ou la réalisation d'assemblages, de frises, de pavages, de puzzles, etc, en utilisant différentes techniques : pliage, calque, miroir, gabarits. Ces activités peuvent être l'occasion de mettre en évidence des phénomènes de déplacement, avec ou sans retournement, et ainsi de rencontrer d'autres transformations.</p> <p>L'utilisation de l'ordinateur (logiciels de dessin, imagiciels) permet d'enrichir le champ d'expériences des élèves.</p> <p>Des activités de tracé à main levée de figures symétriques d'une figure donnée seront également proposées.</p> <p>La construction du symétrique d'un point avec règle et équerre relève du collège.</p> <p>Sur papier quadrillé, on se limitera à l'utilisation d'axes de symétrie qui suivent les lignes du quadrillage ou qui sont des diagonales de ce quadrillage.</p> <p>On étudiera quelques cas où l'axe de symétrie coupe la figure.</p>
--	--

### 5.3 Figures planes : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral ou régulier, carré, rectangle, losange, cercle

<p>- Reconnaître de manière perceptive une figure plane, en donner le nom.</p>	<p>Les compétences décrites dans cette rubrique sont relatives à une liste limitée de figures, mais les activités qui permettent de les construire peuvent concerner d'autres figures, notamment d'autres quadrilatères particuliers tels que le trapèze, le " cerf-volant ", le parallélogramme. On évitera de privilégier certaines représentations : carré ou rectangle dont les côtés sont parallèles aux bords de la feuille, losange " posé sur une pointe ", etc.</p>
<p>- Identifier, de manière perceptive, une figure simple dans une configuration plus complexe. - Vérifier l'existence d'une figure simple dans une configuration complexe, en ayant recours aux propriétés et aux instruments. - Décomposer une figure en figures plus simples.</p>	<p>L'identification d'une figure peut être faite : - globalement (à l'œil, il me semble que c'est un carré) ; - par un repérage perceptif de propriétés : parallélisme, présence d'angles droits, égalité de longueurs de segments. Le recours aux instruments vient valider les hypothèses faites sur des propriétés supposées. Les triangles et quadrilatères particuliers figurant au programme sont reconnus à partir de propriétés relatives aux longueurs des côtés, au parallélisme ou à la perpendicularité. Des propriétés relatives aux diagonales des quadrilatères particuliers pourront être découvertes lors de la résolution de problèmes mais aucune exigence de compétence ne saurait en découler.</p>
<p>- Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), soit à partir de la donnée d'un modèle, soit à partir d'une description, d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée.</p>	<p>Selon le problème posé, on peut préciser l'emploi d'instruments de dessin précis ou demander aux élèves de choisir l'instrument le mieux adapté : papier calque, papier quadrillé ou pointé, règle, équerre, compas, gabarit (notamment pour les angles). Pour le carré et le rectangle, on envisagera des exercices de constructions à partir de la donnée d'un ou deux côtés et à partir de la seule donnée des longueurs des côtés. La construction d'un triangle à l'aide du compas, à partir de la donnée des longueurs des 3 côtés, n'est pas une compétence exigible à la fin du cycle 3. Pour le cercle, on envisagera sa construction à partir de la donnée du centre et du rayon, du centre et d'un point du cercle ou d'un diamètre. Des tracés de schémas à main levée accompagnés de données codées (mesures, symboles d'égalité de segments, d'angles droits) peuvent être proposés par l'enseignant, en vue de faire construire une figure.</p>
<p>- Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque.</p>	<p>La capacité à décrire est vérifiée par l'élaboration d'un message contenant toutes les informations nécessaires à la reproduction de la figure. Selon l'activité proposée, deux types de description peuvent être utilisés : - énoncé de propriétés que vérifie la figure choisie ; - énoncé de la suite des étapes qui permettent de construire la figure (programme de construction). Dans certains cas, en fin de cycle 3, un schéma à main levée accompagné de données codées peut également être utilisé par les élèves.</p>
<p>- Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : triangle, carré, rectangle, losange, cercle ; sommet, côté ; centre, rayon et diamètre pour le cercle.</p>	<p>Lors des activités de description de figures, on aura sans doute l'occasion d'utiliser un vocabulaire plus important (polygone, quadrilatère, diagonale, côtés consécutifs ou côtés opposés pour des quadrilatères ...), mais leur maîtrise complète ne sera pas exigée.</p>

## 5.4 Solides : cube, parallélépipède rectangle

<p>- Percevoir un solide, en donner le nom.</p> <p>- Vérifier certaines propriétés relatives aux faces ou arêtes d'un solide à l'aide des instruments.</p> <p>- Décrire un solide en vue de l'identifier dans un lot de solides ou de le faire reproduire sans équivoque.</p> <p>- Construire un solide.</p> <p>- Reconnaître, construire ou compléter un patron de cube, de parallélépipède rectangle.</p> <p>- Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : cube, parallélépipède rectangle ; sommet, arête, face.</p>	<p>Les compétences sont relatives à une liste limitée de solides, mais les activités qui permettent de construire ces compétences peuvent concerner d'autres solides (prisme, pyramide, sphère, cylindre, cône).</p> <p>L'identification se fait parmi d'autres solides ou parmi des représentations planes de solides (vues, patrons).</p> <p>Le travail sur la perspective cavalière relève du collège : seules des activités relatives à la " lecture " de telles représentations sont envisageables au cycle 3 (reconnaissance de certains solides ou mise en correspondance du solide réel avec une représentation en perspective).</p> <p>La construction est réalisée à partir d'éléments simples (faces rectangulaires ou triangulaires), en assemblant des solides simples ou en utilisant des patrons.</p> <p>Pour les solides, on privilégiera des activités où s'établissent des relations entre espace et plan. Par exemple, la description d'un solide conduit à prendre des empreintes des faces, à s'interroger sur la nature de ces faces ; la nécessité d'en construire un autre identique amène à l'élaboration d'un patron du solide, puis à son remontage. La réalisation des patrons donnera lieu à des problèmes de recherche permettant la mise en œuvre d'une démarche personnelle.</p> <p>D'autres solides que le cube ou le parallélépipède rectangle pourront donner lieu à la réalisation de patrons.</p>
---	--

## 5.5 Agrandissement, réduction

<p>- Réaliser, dans des cas simples, des agrandissements ou des réductions de figures planes.</p>	<p>La notion d'agrandissement ou de réduction de figures peut faire l'objet d'une première approche, en liaison avec la proportionnalité et conduire à une première approche de la notion d'échelle.</p> <p>Les mots " agrandir " et " réduire " ont, en géométrie, un sens particulier (différent de celui qu'ils ont souvent dans le langage courant) : ils impliquent la conservation des angles et la proportionnalité des longueurs de côtés qui se correspondent.</p> <p>La réalisation de plans, de maquettes, etc, peut constituer une source d'activités sur ce thème. Le quadrillage peut, par exemple, être utilisé comme outil pour réduire ou agrandir une carte.</p> <p>La réalisation d'une figure agrandie ou réduite peut être donnée soit par l'indication des longueurs de deux côtés qui se correspondent, soit par celle d'un coefficient d'agrandissement ou de réduction.</p>
---	--

## 6. Grandeurs et mesure

Le domaine de la mesure est important à un double titre :

- parce que les élèves doivent s'approprier des compétences et des connaissances spécifiques relatives à différentes grandeurs ;
- parce que les activités de mesurage font intervenir, en étroite imbrication, des notions géométriques et des notions numériques et, par conséquent, contribuent à une meilleure maîtrise des unes et des autres ; en particulier la mesure des longueurs et des aires constitue un contexte privilégié pour prendre conscience de l'insuffisance des entiers et pour travailler sur les fractions et les nombres décimaux.

Les grandeurs étudiées au cycle 3 sont les longueurs, les aires, les masses, les capacités, les durées. Une première approche des angles est envisagée.

Les activités proposées aux élèves du cycle 3 se situent dans le prolongement de celles du cycle 2. **Il s'agit de résoudre des problèmes, réels ou évoqués, en utilisant des procédés directs, des instruments de mesure, des estimations ou des informations données avec les unités usuelles.** Les activités scientifiques et technologiques fournissent un champ d'application privilégié pour ce domaine.

On peut ainsi distinguer trois catégories d'activités :

- celles où il s'agit de comparer ou d'opérer sur des grandeurs, sans mesurer, en utilisant des procédés de comparaison adaptés : superposition pour les longueurs ou les angles, équilibre de la balance Roberval pour les masses, découpage, recollement et superposition pour les aires, transvasement pour les contenances ; ces activités permettent aux élèves de **construire le sens de la grandeur**, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci intervienne ;
- celles où il s'agit de mettre en relation des objets visibles et leur mesure (exacte ou approchée, exprimée à l'aide d'une ou plusieurs unités) ; c'est aussi l'occasion d'**estimer la mesure avant de procéder au mesurage** à l'aide des instruments adaptés ;
- celles dans lesquelles un mesurage effectif n'est pas possible ou n'est pas nécessaire : des informations sont disponibles sur les objets considérés et **des calculs permettent d'obtenir la mesure de ces objets**. Par exemple : aire obtenue à partir des dimensions d'un rectangle, durée calculée à partir des horaires de début et de fin, ...

Une **réflexion sur la précision des mesures** sera menée à l'occasion de chaque activité : il ne s'agit pas d'exiger une précision exemplaire, mais au contraire de faire prendre conscience des approximations liées à la taille des objets, à la précision des instruments et à leur utilisation. Souvent, cela se traduira par un intervalle de confiance, une " erreur maximum ". Par exemple, pour le mesurage d'un segment prévu par le maître comme mesurant 4,8 cm, les mesures de 4,7 cm, 4,8 cm et 4,9 cm seront jugées acceptables.

### 6.1 Longueurs, masses, volumes (contenances), repérage du temps, durées

<p>- Utiliser des instruments pour mesurer des objets physiques ou géométriques. - Choisir l'unité appropriée pour exprimer le résultat d'un mesurage.</p>	<p>Ces grandeurs ont fait l'objet d'une première approche au cycle 2 qui a permis aux élèves de leur donner du sens. Les objets mesurés doivent être de nature et de dimensions variées, le choix de l'instrument approprié constituant un objectif important. En particulier, les élèves seront entraînés à la lecture de résultats sur une graduation. Exemples :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- pour les longueurs : tour de poignet, tour de cou, taille, empan, envergure d'un élève, dimensions d'une pièce, dimensions de la cour, trajet à pied, en voiture, etc., les instruments utilisés sont le double-décimètre, le mètre à ruban ou le mètre de couturière, le décimètre.</li> <li>- pour les masses : fruit, personne, voiture, etc., les instruments utilisés sont la balance Roberval et les balances à lecture directe.</li> <li>- pour les contenances : verre, bouteille, baignoire...</li> </ul> <p>Le compas sera utilisé pour comparer ou pour reporter des longueurs.</p>
<p>- Lire l'heure sur une montre à aiguilles ou une horloge</p>	<p>On veillera à ce que les élèves soient capables de lire l'heure sur une montre à aiguilles ou sur une montre digitale et d'évaluer des durées, ainsi que d'utiliser un chronomètre,... En liaison avec le travail sur les fractions, des relations seront explicitées entre les expressions en fraction d'heure et en minutes.</p>
<p>- Estimer une mesure (ordre de grandeur). - Exprimer par un nombre ou un encadrement le résultat d'un mesurage, l'unité (ou les unités) étant imposée(s).</p>	<p>Il est important que les élèves disposent de références pour certaines mesures : 1 m, c'est un grand pas ou le tableau mesure 2 m de long ; 1 kg, c'est la masse d'une boîte de sucre ordinaire ou celle d'un litre d'eau,... Les unités seront choisies de façon à obtenir des résultats de mesurage de plusieurs natures : nombre entier, expression complexe (3 m 25 cm ou 3 h 15 min), fraction (3 heures et quart), nombre décimal (3,25 m ou 3,25 h). Ces situations contribuent, en particulier, à renforcer le sens donné aux fractions et décimaux. Concernant les masses, l'enseignant privilégiera la terminologie spécifique : masse de 40 kilogrammes. En situation, on tolérera l'expression courante : " mon poids est 40 kilogrammes ". La notion de poids sera distinguée de celle de masse seulement au collège.</p>
<p>- Construire ou réaliser un objet dont des mesures sont données.</p>	<p>Dans les activités de construction, la grandeur peut être fixée :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- par un objet de référence : construire un rectangle qui a même périmètre qu'une figure donnée ;</li> <li>- par une mesure donnée (l'unité étant imposée) : entière, fractionnaire, décimale.</li> </ul>

<p>- Connaître les unités légales du système métrique :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>. de longueur (mètre, ses multiples et ses sous-multiples usités) ;</li> <li>. de masse (gramme, ses multiples et ses sous-multiples usités),</li> <li>. de contenance (litre, ses multiples et ses sous-multiples usités)</li> </ul> <p>- Utiliser les équivalences entre les unités usuelles de longueur, de masse, de contenance.</p> <p>- Utiliser le calcul pour obtenir la mesure d'une grandeur.</p> <p>- Effectuer des calculs simples sur les mesures, en tenant compte des relations entre les diverses unités correspondant à une même grandeur. En particulier :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>. calculer le périmètre d'un polygone ;</li> <li>. calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final.</li> </ul>	<p>On n'abusera pas des exercices de transformations de mesures par des changements d'unités et on bannira les conversions entre unités trop lointaines (par exemple, exprimer 3 km en mm).</p> <p>En revanche, on s'attachera à favoriser une bonne connaissance des relations entre les unités les plus utilisées :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- pour les longueurs : 1 m = 100 cm, 1 cm = 10 mm, 1 dm = 10 cm, 1 km = 1 000 m.</li> <li>- pour les masses : 1 kg = 1 000 g, 1 t = 1 000 kg.</li> <li>- pour les contenances : 1 l = 100 cl, 1 l = 1 000 ml.</li> <li>- pour les durées : 1 jour = 24 h, 1 h = 60 min, 1 min = 60 s.</li> </ul> <p>Ces relations doivent être mémorisées et donc utilisables sans recours à un tableau de conversion.</p> <p>Quelques références historiques pourront être fournies aux élèves ou donner lieu à des activités. On pourra évoquer des unités arbitraires ou liées à des références humaines (pied, pouce, ...) et, en liaison avec le programme d'histoire, souligner l'importance de la Révolution Française dans la mise en place d'un système basé sur des références universelles (mètre défini de telle manière que la circonférence terrestre mesure 40 000 km, kilogramme comme masse d'un litre d'eau pure) et sur la volonté de faciliter les calculs (système métrique décimal).</p> <p>Exemples d'activités liées à la mesure:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- pour les longueurs : ligne brisée, ligne polygonale, partage de segments, longueur moyenne d'un pas, épaisseur moyenne d'une feuille de papier, empilement de livres ;</li> <li>- pour les masses : réunion de plusieurs objets, masse d'un bonbon, masse d'un rayonnage couvert de livres, calcul de la masse d'un contenu par différence, masse du chargement d'une voiture, masse d'un colis pour affranchissement ;</li> <li>- pour les durées : durées écoulées entre deux instants ;</li> <li>- pour les contenances : mélange de liquides, nombre de verres dans une bouteille.</li> </ul> <p>Le calcul du périmètre d'un cercle à l'aide d'une formule n'est pas au programme. Mais, pour le cercle, comme pour d'autres figures, l'évaluation du périmètre par différentes méthodes permet aux élèves de donner du sens à la notion de périmètre et, notamment de la distinguer de celle d'aire.</p> <p>Pour le calcul de durées, les techniques de calcul " en colonnes " n'ont pas à être enseignées. On favorisera l'utilisation de procédures adaptées à chaque cas. Par exemple, pour évaluer la durée comprise entre 2h 45min et 4h 10min, on peut additionner trois durées : celle comprises entre 2h 45min et 3h, celle comprise entre 3h et 4h et celle comprise entre 4h et 4h 10min ; ces durées sont toutes évaluables mentalement.</p>
---	--

## 6.2 Aires

<p>- Classer et ranger des surfaces (figures) selon leur aire, soit par superposition des surfaces, soit par découpage et recollement des surfaces, soit par pavage des surfaces avec une surface de référence.</p> <p>- Construire une surface qui a même aire qu'une surface donnée (et qui ne lui est pas superposable).</p>	<p>Les activités de classement et rangement des surfaces selon leurs aires précèdent les activités de mesurage avec une unité choisie. En effet, par superposition et recombinaison (réelles ou mentales), il est possible de comparer des aires ou de réaliser des surfaces de même aire. Ce procédé nécessite la prise de conscience par l'élève du fait que l'aire d'un assemblage de figures ne change pas lorsque l'assemblage est modifié. On mettra, dans le même temps, l'accent sur le fait que cette propriété n'est pas vérifiée pour le périmètre de la surface obtenue : l'aire d'une surface obtenue par recollement de 2 surfaces est égale à la somme des aires de ces deux surfaces, mais son périmètre n'est pas égal à la somme des périmètres des deux surfaces initiales. La reconnaissance de rapports entre grandeurs (<i>cette aire est le double de celle-ci</i>) précède la mesure de l'aire (<i>cette aire mesure 12 cm<sup>2</sup></i>).</p> <p>Les activités à base de puzzles sont particulièrement intéressantes pour montrer que deux figures non superposables peuvent avoir la même aire.</p>
---	---

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Différencier aire et périmètre d'une surface, en particulier savoir que deux surfaces peuvent avoir la même aire sans avoir nécessairement le même périmètre et qu'elles peuvent avoir le même périmètre sans avoir nécessairement la même aire.</li> <li>- Mesurer l'aire d'une surface par un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence (d'aire une unité) ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé (le résultat étant une mesure exacte ou un encadrement).</li> <li>- Calculer l'aire d'un rectangle dont les côtés sont de dimensions entières.</li> <li>- Connaître et utiliser les unités usuelles : <math>\text{cm}^2</math>, <math>\text{dm}^2</math> et <math>\text{m}^2</math>.</li> <li>- Connaître et utiliser quelques équivalences : <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2</math> ;</li> <li>- <math>1\text{dm}^2 = 100\text{cm}^2</math>.</li> </ul> </li> </ul>	<p>Les concepts de périmètre et d'aire ne doivent pas se réduire pour l'élève à des nombres associés à des figures. Il est nécessaire de mettre en place des activités qui permettent aux élèves de distinguer les deux notions. Par exemple, on proposera aux élèves de construire effectivement des rectangles différents d'aire <math>24\text{cm}^2</math> dont on calcule le périmètre ou des rectangles différents de périmètre <math>20\text{cm}</math> dont on calcule l'aire. On peut aussi, une figure étant donnée, proposer de la modifier pour en obtenir une autre d'aire plus petite et de périmètre plus grand que ceux de la figure initiale.</p> <p>On s'attachera à varier la forme des surfaces de référence et, notamment, à ne pas utiliser que des "unités" de forme carrée.</p> <p>Les élèves pourront être confrontés à la détermination, par des procédures personnelles, d'aires de rectangles dont les dimensions ne sont pas entières (par exemple, l'aire d'un rectangle de <math>6,4\text{cm}</math> sur <math>3\text{cm}</math>). Mais aucune compétence n'est exigée à ce sujet. Les élèves doivent être conscients que ces unités peuvent correspondre à des surfaces de formes variées. Ainsi le <math>\text{dm}^2</math> ne doit pas être associé uniquement à un carré de <math>1\text{dm}</math> de côté, mais aussi, par exemple, à un triangle ou à un rectangle obtenu par découpage et recollage du carré de <math>1\text{dm}</math> de côté. Le <math>\text{mm}^2</math> pourra également être utilisé, notamment avec un support de type papier millimétré, par exemple pour le calcul de l'aire d'un rectangle de <math>6,4\text{cm}</math> sur <math>3\text{cm}</math>.</p> <p>La connaissance de l'équivalence entre, par exemple, <math>1\text{dm}^2</math> et <math>100\text{cm}^2</math> sera construite par le pavage effectif d'un carré (ou d'un rectangle) de <math>1\text{dm}^2</math> avec des carrés de <math>1\text{cm}</math> de côté. En situation, les élèves pourront être confrontés à des unités agraires (are, hectare) et avoir à utiliser l'équivalence entre <math>1\text{hectare}</math> et <math>10\,000\text{m}^2</math>, qui leur sera alors fournie. Les conversions d'aires ne sont pas au programme du cycle 3. Elles seront traitées au collège.</p>
---	---

### 6.3 Angles

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Comparer des angles dessinés par superposition ou en utilisant un gabarit.</li> <li>- Comparer des angles situés dans une figure (angles intérieurs d'un triangle, d'un quadrilatère...).</li> <li>- Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit ou par report d'un étalon.</li> <li>- Tracer un angle droit, ainsi qu'un angle mesurant la moitié, le quart ou le tiers d'un angle droit</li> </ul>	<p>Les activités de classement et de rangement des angles précèdent les activités de mesurage en degrés, qui relèvent du collège. Les élèves doivent, en particulier, prendre conscience du fait que les longueurs des "côtés" n'ont aucune incidence sur le résultat de la comparaison des angles.</p> <p>L'usage du rapporteur gradué classique ne relève pas du cycle 3.</p> <p>Un pliage soigneux d'un angle droit en 2, 4 ou 3 angles égaux permet d'obtenir les angles ci contre. Les activités correspondant à cette compétence reposent sur le pliage et permettent de renforcer le sens donné aux fractions utilisées : on peut par exemple tracer un angle correspondant à <math>\frac{5}{4}</math> d'angle droit par pliage et report. Il n'est pas nécessaire, pour cela, de savoir qu'un angle droit mesure <math>90^\circ</math>.</p>
---	---